

## 第9章假设检验习题解答

### 一. 选择题

1. 假设检验中, 显著性水平  $\alpha$  用来控制 ( A ).  
A.  $H_0$  为真, 经检验拒绝  $H_0$  的概率.    B.  $H_0$  为真, 经检验接受  $H_0$  的概率.  
C.  $H_0$  不真, 经检验拒绝  $H_0$  的概率.    D.  $H_0$  不真, 经检验接受  $H_0$  的概率.
2. 假设检验中的显著性水平  $\alpha$  用来控制 ( A ).  
A. 犯“弃真”错误的概率.    B. 犯“纳伪”错误的概率.  
C. 不犯“弃真”错误的概率.    D. 不犯“纳伪”错误的概率.
3. 假设检验中一般情况下 ( C ).  
A. 只犯第一类错误.    B. 只犯第二类错误.  
C. 两类错误都可能犯.    D. 两类错误都不犯.
4. 假设检验时, 当样本容量一定, 若缩小犯第一类错误的概率, 则犯第二类错误的概率 ( B ).  
A. 变小.    B. 变大.    C. 不变.    D. 不确定.
5. 样本容量  $n$  确定后, 在一个假设检验中, 给定显著水平为  $\alpha$ , 设第二类错误的概率为  $\beta$ , 则必有 ( C ).  
A.  $\alpha + \beta = 1$ .    B.  $\alpha + \beta > 1$ .    C.  $\alpha + \beta < 1$ .    D.  $\alpha + \beta \leq 2$ .
6. 在统计假设的显著性检验中, 给定了显著性水平  $\alpha$ , 下列结论中错误的是 ( D ).  
A. 拒绝域的确定与水平  $\alpha$  有关.  
B. 拒绝域的确定与检验法中所构造的随机变量的分布有关.  
C. 拒绝域的确定与备选假设有关.  
D. 拒绝域选法是唯一的.
7. 设对统计假设  $H_0$  构造了显著性检验方法, 则下列结论错误的是 ( B ).

A. 对不同的样本观测值,所做的统计推理结果可能不同.

B. 对不同的样本观测值,拒绝域不同.

C. 拒绝域的确定与样本观测值无关.

D. 对一样本观测值,可能因显著性水平的不同,而使推断结果不同.

8. 设对统计假设  $H_0$  构造了一种显著性检验方法,则下列结论错误的是( A ).

A. 对同一个检验水平  $\alpha$ ,基于不同的观测值所做的推断结果一定相同.

B. 对不同的检验水平  $\alpha$ ,基于不同的观测值所做的推断结果未必相同.

C. 对不同检验水平  $\alpha$ ,拒绝域可能不同.

D. 对不同检验水平  $\alpha$ ,接收域可能不同.

9. 在统计假设的显著性检验中,取小的显著性水平  $\alpha$  的目的在于( B ).

A. 不轻易拒绝备选假设.                      B. 不轻易拒绝原假设.

C. 不轻易接受原假设.                      D. 不考虑备选假设.

10. 在统计假设的显著性检验中,实际上是( B ).

A. 只控制第一类错误,即控制"拒真"错误.

B. 在控制第一类错误的前提下,尽量减小第二类错误(即受伪)的概率.

C. 同时控制第一类错误和第二类错误.

D. 只控制第二类错误,即控制"受伪"错误.

11. 在统计假设的显著性检验中,下列结论错误的是( C ).

A. 显著性检验的基本思想是“小概率原理”,即小概率事件在一次试验中是几乎不可能发生.

B. 显著性水平  $\alpha$  用来控制该检验犯第一类错误的概率,即"拒真"概率.

C. 记显著性水平为  $\alpha$ ,则  $1-\alpha$  是该检验犯第二类错误的概率,即"受伪"概率.

D. 若样本值落在"拒绝域"内则拒绝原假设.

12. 设总体  $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ ,  $\sigma^2$  未知,  $X_1, X_2, \dots, X_n$  为其样本,检验假设  $H_0: \mu = \mu_0$ , 要用统计量 ( C ).

A.  $\frac{\bar{X} - \mu}{\sigma / \sqrt{n}} \sim N(0, 1)$ .

B.  $\frac{\bar{X} - \mu}{S / \sqrt{n}} \sim t(n-1)$ .

C.  $\frac{\bar{X} - \mu_0}{S / \sqrt{n}} \sim t(n-1)$ .

D.  $\sum_{i=1}^n \frac{(X_i - \mu_0)^2}{\sigma^2} \sim \chi^2(n)$ .

13. 设总体  $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ , 已知  $\mu = 0$ , 通过样本  $X_1, X_2, \dots, X_n$ , 检验  $H_0: \sigma^2 = 1$ , 要用统计量 ( A ).

A.  $\sum_{i=1}^n X_i^2 \sim \chi^2(n)$ .

B.  $(n-1)S^2 \sim \chi^2(n-1)$ .

C.  $\frac{\bar{X}}{S / \sqrt{n}} \sim t(n-1)$ .

D.  $\sqrt{n}X \sim N(0, 1)$ .

14. 假设  $H_0: \mu = \mu_0$ ,  $H_1: \mu < \mu_0$ , 采用  $t$  法检验, 则拒绝域是 ( C ).

A.  $\frac{\bar{x} - \mu_0}{s / \sqrt{n}} > t_{\alpha}(n-1)$ .

B.  $-t_{\alpha/2}(n-1) < \frac{\bar{x} - \mu_0}{s / \sqrt{n}} < t_{\alpha/2}(n-1)$ .

C.  $\frac{\bar{x} - \mu_0}{s / \sqrt{n}} < -t_{\alpha}(n-1)$ .

D.  $\frac{\bar{x} - \mu_0}{s / \sqrt{n}} < -t_{\alpha/2}(n-1)$  或  $\frac{\bar{x} - \mu_0}{s / \sqrt{n}} > t_{\alpha/2}(n-1)$ .

## 二. 填空题

15. 概率很小的事件, 在一次试验中几乎是不可能发生的, 这个原理称为 小概率原理.

16. 在假设检验中, 把符合  $H_0$  的总体判为不符合  $H_0$  加以拒绝, 这类错误称为第 一 类

错误 .

17. 在假设检验中, 显著性水平  $\alpha$  是用来控制犯第 一 类错误的概率 .

18. 在检验假设  $H_0$  的过程中, 若检验结果是接受  $H_0$ , 则可能犯第 二 类错误 .

19. 在检验假设  $H_0$  的过程中, 若检验结果是否定  $H_0$ , 则可能犯第 一 类错误 .

20. 要使假设检验两类错误的概率同时减少, 只有 增大样本容量 .

21.  $F$  检验是用来检验两个相互独立的正态总体的 方差是否相等的检验 .

22. 对某个假设检验问题, 给定显著性水平  $\alpha = 0.05$ , 若算得其检验 P- 值为  $P\text{-value} = 0.036$ , 则应 拒绝 原假设  $H_0$  .

23. 在假设检验中对于假设  $H_0: \mu = \mu_0, H_1: \mu \neq \mu_0$ , 若在显著性水平为 0.05 下检验结论为接受  $H_0$ , 则在显著性水平为 0.01 下检验结论一定为 接受  $H_0$  .

24.  $X \sim N(\mu, 225)$ , 样本  $(X_1, X_2, \dots, X_n)$  来自正态总体  $X$ ,  $\bar{X}$  与  $S^2$  分别是样本均值与样本方差, 要检验  $H_0: \mu = \mu_0$ , 采用的统计量是  $\frac{\bar{X} - \mu_0}{15/\sqrt{n}}$  .

25. 设总体  $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ , 其中  $\mu, \sigma^2$  都未知.  $X_1, X_2, \dots, X_n$  为来自该总体的一个样本. 记  $\bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i, S^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2$ . 则检验假设  $H_0: \mu \leq 2, H_1: \mu > 2$  所使用的统计量  $T = \frac{\bar{X} - 2}{S/\sqrt{n}}$  .

26. 样本  $(X_1, X_2, \dots, X_n)$  来自正态总体  $N(\mu, \sigma^2)$ ,  $\mu$  未知, 要检验  $H_0: \sigma^2 = 10000$ , 则采用的统计量为  $\frac{(n-1)S^2}{10000}$  .

27. 若取显著性水平为  $\alpha$ , 设样本  $(X_1, X_2, \dots, X_n)$  来自总体  $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ , 对于假设  $H_0: \sigma^2 = \sigma_0^2, H_1: \sigma^2 > \sigma_0^2$ , 采用统计量  $\chi^2 = \frac{1}{\sigma_0^2} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2$ , 则其拒绝域为  $\frac{(n-1)s^2}{\sigma_0^2} > \chi_\alpha^2(n-1)$  .

28. 若取显著水平为  $\alpha$  ,对于待检验的原假设  $H_0 : \sigma^2 = \sigma_0^2$  ,备择假设  $H_1 : \sigma^2 \neq \sigma_0^2$  ,  
采用  $\chi^2$  统计量作检验 , 则  $H_0$  的拒绝域为

$$\frac{(n-1)s^2}{\sigma_0^2} < \chi_{1-\alpha/2}^2(n-1) \text{ 或 } \frac{(n-1)s^2}{\sigma_0^2} > \chi_{\alpha/2}^2(n-1) .$$

29. 某纺织厂生产维尼龙 ,在稳定生产情况下 ,纤度服从正态分布  $N(\mu, 0.048^2)$  ,现从  
总体中抽测 15 根 ,要检验这批维尼龙的纤度的方差有无显著性变化 ,用  $\chi^2$  检验法 ,选用的

统计量是  $\frac{14S^2}{0.048^2}$  .

30. 两个总体  $X \sim N(\mu_1, \sigma_1^2)$  与  $Y \sim N(\mu_2, \sigma_2^2)$  相互独立 , 从两总体中分别抽取容量为  
 $n, m$  的样本 , 则  $F = S_1^2 / S_2^2 \sim F(n-1, m-1)$  成立的条件是  $H_0 : \sigma_1^2 = \sigma_2^2$  为真 .

31. 已知甲乙两台车床加工的某种类型零件的直径服从正态分布 , 且方差相同 , 现独立  
地从甲乙两台车床加工的零件各取 8 个和 7 个 , 检验甲乙两台车床加工的零件直径是否一致 ,  
得到如下表的实验结果 . 则检验问题原假设和备择假设为  
 $H_0 : \mu_1 = \mu_2, H_1 : \mu_1 \neq \mu_2$  ; 在 0.05 的显著性水平 , 由于检验问题的 P- 值  
0.4081137 > 0.05 , 所以 , 接受 ( 接受 , 拒绝 ) 原假设 , 认为甲乙两台车床  
加工的零件直径一致 ( 一致 , 不一致 ) .

t-检验: 双样本等方差假设		
	车床甲	车床乙
平均	19.925	20.14285714
方差	0.2164286	0.272857143
观测值	8	7
合并方差	0.2424725	
假设平均差	0	
df	13	
t Stat	-0.854848	
P(T<=t) 单尾	0.2040568	

t 单尾临界	1.7709334	
P(T<=t) 双尾	0.4081137	
t 双尾临界	2.1603687	

32. 一家房地产开发公司准备购进一批灯泡,公司管理人员对两家供货商提供的样品进行检测,检验甲乙两家供货商的灯泡使用寿命的方差是否有显著差异,得到如下表的实验结果.则检验问题原假设和备择假设为  $H_0: \sigma_1^2 = \sigma_2^2, H_1: \sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$ ; 在 0.05 的显著性水平,由于检验问题的P-值  $2 \times 0.217542 > 0.05$ , 所以, 接受 (接受, 拒绝)原假设,认为甲乙两家供货商的灯泡使用寿命方差的差异不显著 (显著, 不显著).

F-检验 双样本方差分析		
	供货商甲	供货商乙
平均	629.25	583
方差	3675.461	2431.429
观测值	20	15
df	19	14
F	1.511647	
P(F<=f) 单尾	0.217542	
F 单尾临界	2.400039	

### 三. 应用计算题

33. 设  $(X_1, X_2, \dots, X_n)$  是来自  $N(\mu, 1)$  的样本, 对假设检验问题:  $H_0: \mu = 2$ ,  $H_1: \mu = 3$ , 若检验的拒绝域为  $W = \{\bar{x} > 2.6\}$ .

(1) 当  $n = 20$  时, 求检验犯第一类错误的概率  $\alpha$  和第二类错误的概率  $\beta$ ;

(2) 如果要使犯第二类错误的概率  $\beta \leq 0.01$ ,  $n$  最小应取多少?

$$\text{解: (1) } \alpha = P(\bar{X} > 2.6 | \mu = 2) = P\left(\frac{\bar{X} - 2}{\sqrt{\frac{1}{20}}} > \frac{2.6 - 2}{\sqrt{\frac{1}{20}}}\right)$$

$$=1-\Phi(0.6\sqrt{20})=1-\Phi(2.68)=0.0037$$

$$\beta=P(\bar{X} < 2.6 | \mu = 3) = \Phi\left(\frac{2.6-3}{\sqrt{\frac{1}{20}}}\right) = 1-\Phi(0.4\sqrt{20}) = 1-\Phi(1.79) = 0.0367$$

(2) 要使  $\beta \leq 0.01$  , 即使  $1-\Phi(0.4\sqrt{n}) \leq 0.01$  , 解得  $n \geq 33.93$  , 取  $n = 34$  .

34. 某工厂生产的某种钢索的断裂强度  $X \sim N(\mu, 400^2)$  , 现从此种钢索的一批产品中抽取容量为 9 的样本 , 测得断裂强度的样本均值  $\bar{x}$  , 与以往正常生产时的  $\mu$  相比 ,  $\bar{x}$  较  $\mu$  大 200  $p_\alpha$  . 是否可认为这批钢索质量有显著提高 ? 试求问题的 P-值 , 若取显著性水平  $\alpha = 0.01$  , 有何结论 .

解:  $H_0: \mu = \mu_0$  ,  $H_1: \mu > \mu_0$

$$P\left(\frac{\bar{X} - \mu_0}{\sigma/\sqrt{n}} > z_\alpha\right) = \alpha$$

$$z = \frac{\bar{x} - \mu_0}{\sigma/\sqrt{n}} = \frac{200}{400/\sqrt{9}} = 1.5$$

检验 P-值:  $P\text{-value} = P(Z > 1.5) = 0.0668 > 0.01$

接受  $H_0$  , 认为这批钢索质量没有显著提高 .

35. 由经验知某零件质量  $X \sim N(15, 0.05^2)$  (单位: g) , 技术革新后 , 抽出 6 个零件 , 测得质量为 : 14.7 , 15.1 , 14.8 , 15.0 , 15.2 , 14.6 . 已知方差不变 , 问平均质量是否仍为 15g ? 试求问题的 P-值 , 若取显著性水平  $\alpha = 0.05$  , 有何结论 .

解:  $H_0: \mu = 15$  ,  $H_1: \mu \neq 15$

$$P\left(\left|\frac{\bar{X} - \mu_0}{\sigma/\sqrt{n}}\right| > z_{\alpha/2}\right) = \alpha$$

$$z = \frac{\bar{x} - 15}{\sigma/\sqrt{n}} = \frac{14.9 - 15}{0.05/\sqrt{6}} = -4.89$$

检验的 P-值:  $P\text{-value} = 2P(Z > |-4.89|) \approx 0 < 0.05$

拒绝  $H_0$  , 认为平均质量不再是 15g .

36. 根据长期的经验和资料分析, 某砖瓦厂生产的砖抗断强度  $X \sim N(\mu, 1.1^2)$ . 今从该厂生产的一批砖中, 随机地抽取 6 块, 测得抗断强度 (单位:  $\text{kg}/\text{cm}^2$ ) 如下: 32.56, 29.66, 31.64, 30.00, 31.87, 31.03. 问这一批砖的平均抗断强度是否可认为是  $31\text{kg}/\text{cm}^2$ ? 取显著性水平  $\alpha = 0.05$ .

解:  $H_0: \mu = \mu_0 = 31$ ,  $H_1: \mu \neq 31$

$$P\left(\left|\frac{\bar{X} - \mu_0}{\sigma/\sqrt{n}}\right| > z_{\alpha/2}\right) = \alpha$$

$$|z| = \left|\frac{31.2933 - 31}{1.1/\sqrt{6}}\right| = 0.653 < z_{0.025} = 1.96$$

接受  $H_0$ , 可认为这批砖的平均抗断强度是  $31\text{kg}/\text{cm}^2$ .

37. 某工厂生产的固体燃料推进器的燃烧率  $X \sim N(40, 2^2)$ . 现在用新方法生产了一批推进器. 从中随机抽取 25 只, 测得燃烧率的样本均值为  $\bar{x} = 41.25\text{cm}/\text{s}$ . 设在新方法下总体标准差仍为  $2\text{cm}/\text{s}$ , 问这批推进器的燃烧率是否较以往生产的推进器的燃烧率有显著的改进? 取显著性水平  $\alpha = 0.05$ .

解:  $H_0: \mu = \mu_0 = 40$ ,  $H_1: \mu > 40$

$$P\left(\frac{\bar{X} - \mu_0}{\sigma/\sqrt{n}} > z_{\alpha}\right) = \alpha$$

$$z = \frac{41.25 - 40}{2/\sqrt{25}} = 3.125 > z_{0.05} = 1.645$$

拒绝  $H_0$ , 认为这批推进器的燃烧率较以往生产的推进器的燃烧率有显著的改进.

38. 从某批矿砂中, 抽取容量为 5 的一个样本, 测得其含镍量 (%) 为: 3.25, 3.27, 3.24, 3.26, 3.24. 设测量值服从正态分布, 问在显著性水平  $\alpha = 0.01$  下, 能否认为这批矿砂含镍量的均值为 3.25?

解:  $H_0: \mu = \mu_0 = 3.25$ ,  $H_1: \mu \neq 3.25$

$$P\left(\left|\frac{\bar{X} - \mu_0}{S/\sqrt{n}}\right| > t_{\alpha/2}(n-1)\right) = \alpha$$

$$|t| = \left| \frac{3.252 - 3.25}{0.013/\sqrt{5}} \right| = 0.343 < t_{0.005}(4) = 4.6041$$

接受  $H_0$  , 可认为这批矿砂含镍量的均值为 3.25 .

39 .某苗圃规定平均苗高 60 cm 以上方能出圃 .今从某苗床中随机抽取 9 株测得高度( cm ) 分别为 : 62 , 61 , 59 , 60 , 62 , 58 , 63 , 62 , 63 . 已知苗高服从正态分布 , 试问在显著性水平  $\alpha = 0.05$  下 , 这些苗是否可以出圃 ?

解:  $H_0: \mu \leq 60$  ,  $H_1: \mu > 60$

$$P\left(\frac{\bar{X} - \mu_0}{S/\sqrt{n}} > t_{\alpha}(n-1)\right) = \alpha$$

$$t = \frac{61.111 - 60}{1.7638/\sqrt{9}} = 1.8898 > t_{0.05}(8) = 1.8595$$

拒绝  $H_0$  , 这些苗可以出圃 .

40 . 设某地区往年水稻单位面积产量  $X \sim N(\mu, 75^2)$  , 现随机抽取 10 块地 , 测得单位面积产量 ( 单位 : g ) : 540 , 630 , 674 , 680 , 694 , 695 , 708 , 736 , 780 , 845 . 在显著性水平  $\alpha = 0.05$  下 , 检验该地区水稻单位面积产量的标准差是否发生显著性变化 ?

解:  $H_0: \sigma^2 = \sigma_0^2 = 75^2$  ,  $H_1: \sigma^2 \neq 75^2$

$$P\left(\left\{\frac{(n-1)S^2}{\sigma_0^2} < \chi_{1-\alpha/2}^2(n-1)\right\} \cup \left\{\frac{(n-1)S^2}{\sigma_0^2} > \chi_{\alpha/2}^2(n-1)\right\}\right) = \alpha$$

$$\chi_{0.975}^2(9) = 2.70 < \chi^2 = \frac{9 \times 81.91^2}{75^2} = 10.74 < \chi_{0.025}^2(9) = 19.023$$

接受  $H_0$  , 该地区水稻单位面积产量的标准差没有发生显著性变化 .

41 . 原有一台仪器测量电阻值时 , 相应的误差  $X \sim N(\mu, 0.06)$  , 现有一台新仪器 , 对一个电阻测量了 10 次 , 所得电阻值 (  $\Omega$  ) 是 : 1.101 , 1.103 , 1.105 , 1.098 , 1.099 , 1.101 , 1.104 , 1.095 , 1.100 , 1.100 . 在显著性水平  $\alpha = 0.10$  下 , 问新仪器的精度是否比原有的好 ?

解:  $H_0: \sigma^2 = \sigma_0^2 = 0.06$  ,  $H_1: \sigma^2 < 0.06$

$$P\left(\frac{(n-1)S^2}{\sigma_0^2} < \chi_{1-\alpha}^2(n-1)\right) = \alpha$$

$$\chi^2 = \frac{(n-1)s^2}{\sigma_0^2} = \frac{9 \times 0.003^2}{0.06} = 0.0013 < \chi_{0.90}^2(9) = 4.268$$

拒绝  $H_0$ ，新仪器的精度比原有的好。

42. 某苗圃采用两种方案作育苗试验，已知苗高服从正态分布，标准差分别为  $\sigma_1=20\text{cm}$ ， $\sigma_2=18\text{cm}$ 。现各抽取 66 株，算得苗高的平均数分别为  $\bar{x}=59.34\text{cm}$ ， $\bar{y}=49.16\text{cm}$ ，试在显著性水平  $\alpha=0.05$  下，检验两种育苗方案对苗高是否有显著性影响？

解：  $H_0: \mu_X = \mu_Y$ ， $H_1: \mu_X \neq \mu_Y$

$$P \left( \frac{|\bar{X} - \bar{Y}|}{\sqrt{\frac{\sigma_X^2}{n_X} + \frac{\sigma_Y^2}{n_Y}}} > z_{\alpha/2} \right) = \alpha$$

$$|z| = \frac{|59.34 - 49.16|}{\sqrt{\frac{20^2}{66} + \frac{18^2}{66}}} = 3.074 > z_{0.025} = 1.96$$

拒绝  $H_0$ ，两种育苗方案对苗高有显著性影响。

43. 通过对鸡注射蜂王浆进行产蛋量的试验，将鸡分成试验和对照两组，每组 5 只，试验组每日注射 1 毫克蜂王浆，通过 20 天试验，得到产蛋量如下：

试验组： 15, 14, 4, 10, 9

对照组： 10, 9, 5, 8, 9

假设鸡的产蛋量服从正态分布，且方差相同，试在显著性水平  $\alpha=0.05$  下，检验注射蜂王浆对鸡的产蛋量有无显著性影响？

解：  $H_0: \mu_X = \mu_Y$ ， $H_1: \mu_X \neq \mu_Y$

$$P \left( \frac{|\bar{X} - \bar{Y}|}{S_w \sqrt{\frac{1}{n_X} + \frac{1}{n_Y}}} > t_{\alpha/2}(n_X + n_Y - 2) \right) = \alpha$$

$$s_w^2 = \frac{(n_X - 1)s_X^2 + (n_Y - 1)s_Y^2}{n_X + n_Y - 2} = \frac{4 \times 4.3932^2 + 4 \times 1.9235^2}{8} = 11.3649$$

$$|t| = \frac{|10.40 - 8.20|}{s_w \sqrt{\frac{1}{5} + \frac{1}{5}}} = 1.0258 < t_{0.025}(8) = 2.3060$$

接受  $H_0$ ，注射蜂王浆对鸡的产蛋量无显著性影响。

44. 某项试验比较冶炼钢的得率，采用标准方法冶炼 10 炉，所得样本均值和样本方差分别为  $\bar{x} = 76.23$ ， $s_1^2 = 3.325$ 。采用新方法冶炼 10 炉，所得样本均值和样本方差分别为  $\bar{y} = 79.43$ ， $s_2^2 = 2.225$ 。假设钢的得率服从正态分布，并设两个总体的方差是相等的，问采用新方法能否提高钢的得率？（ $\alpha = 0.05$ ）

解：  $H_0: \mu_X = \mu_Y$ ， $H_1: \mu_X < \mu_Y$

$$P\left(\frac{\bar{X} - \bar{Y}}{S_w \sqrt{\frac{1}{n_X} + \frac{1}{n_Y}}} < -t_{\alpha}(n_X + n_Y - 2)\right) = \alpha$$

$$s_w^2 = \frac{(n_X - 1)s_X^2 + (n_Y - 1)s_Y^2}{n_X + n_Y - 2} = \frac{9 \times 3.325 + 9 \times 2.225}{18} = 2.775$$

$$t = \frac{76.23 - 79.43}{s_w \sqrt{\frac{1}{10} + \frac{1}{10}}} = -4.297 < -t_{0.05}(18) = -1.7341$$

拒绝  $H_0$ ，采用新方法能提高钢的得率。

45. 某一橡胶配方中，原用氧化锌 5 克，现将氧化锌减为 1 克，我们分别对两种配方作抽样试验，结果测得橡胶的伸长率如下：

原配方：540，533，525，520，545，531，541，529，534

新配方：565，577，580，575，556，542，560，532，570，561

设橡胶伸长率服从正态分布。问两种配方的橡胶伸长率的总体方差有无显著性差异？（ $\alpha = 0.10$ ）

解：  $H_0: \sigma_X^2 = \sigma_Y^2$ ， $H_1: \sigma_X^2 \neq \sigma_Y^2$

$$P\left(\left\{\frac{S_X^2}{S_Y^2} < F_{1-\alpha/2}(n_X - 1, n_Y - 1)\right\} \cup \left\{\frac{S_X^2}{S_Y^2} > F_{\alpha/2}(n_X - 1, n_Y - 1)\right\}\right) = \alpha$$

$$\frac{1}{3.23} = \frac{1}{F_{0.05}(8,9)} < f = \frac{561.8^2}{533.11^2} = 1.1105 < F_{0.05}(9,8) = 3.39$$

接受  $H_0$  , 两种配方的橡胶伸长率的总体方差无显著性差异 .

46 . 甲乙两车间生产同一型号的滚珠 , 已知滚珠直径服从正态分布 , 今分别从两车间随机抽取 8 个和 9 个滚珠 , 测得甲车间滚珠直径的样本方差  $s_1^2=0.0957$  ; 乙车间滚珠直径的样本方差  $s_2^2=0.0263$  . 试问在显著性水平  $\alpha = 0.05$  下 , 甲车间生产滚珠直径的方差是否大于乙车间的方差 ?

**解:**  $H_0 : \sigma_X^2 = \sigma_Y^2$  ,  $H_1 : \sigma_X^2 > \sigma_Y^2$

$$P\left(\frac{S_X^2}{S_Y^2} > F_{\alpha}(n_X - 1, n_Y - 1)\right) = \alpha$$

$$f = \frac{0.0957}{0.0263} = 3.639 > F_{0.05}(7,8) = 3.50$$

拒绝  $H_0$  , 认为甲车间生产滚珠直径的方差大于乙车间的方差 .

47 . 用两种方法 A , B 研究冰的潜热 , 样本都取自  $-72$  的冰 . 用方法 A 做 : 取  $n_1 = 13$  , 算得样本均值  $\bar{x} = 80.02$  , 样本方差  $s_A^2 = 5.75 \times 10^{-4}$  ; 用方法 B 做 : 取  $n_2 = 8$  , 算得样本均值  $\bar{y} = 79.98$  , 样本方差  $s_B^2 = 9.86 \times 10^{-4}$  . 设两种方法测得的数据总体服从正态分布  $N(\mu_1, \sigma_1^2)$  ,  $N(\mu_2, \sigma_2^2)$  , 试问在显著性水平  $\alpha = 0.05$  下 : (1) 两种方法测量总体的方差是否相等 ? (2) 两种方法测量总体的均值是否相等 ?

**解:** (1)  $H_{01} : \sigma_X^2 = \sigma_Y^2$  ,  $H_{11} : \sigma_X^2 \neq \sigma_Y^2$

$$P\left(\left\{\frac{S_X^2}{S_Y^2} < F_{1-\alpha/2}(n_X - 1, n_Y - 1)\right\} \cup \left\{\frac{S_X^2}{S_Y^2} > F_{\alpha/2}(n_X - 1, n_Y - 1)\right\}\right) = \alpha$$

$$\frac{1}{4.67} = \frac{1}{F_{0.025}(12,7)} < f = \frac{9.86}{5.75} = 1.715 < F_{0.025}(7,12) = 3.61$$

接受  $H_{01}$  , 两种方法测量总体的方差无显著差异 .

(2)  $H_{02} : \mu_X = \mu_Y$  ,  $H_{12} : \mu_X \neq \mu_Y$

$$P\left(\frac{|\bar{X}-\bar{Y}|}{S_w\sqrt{\frac{1}{n_X}+\frac{1}{n_Y}}}>t_{\alpha/2}(n_X+n_Y-2)\right)=\alpha$$

$$s_w^2=\frac{(n_X-1)s_X^2+(n_Y-1)s_Y^2}{n_X+n_Y-2}=\frac{12\times 5.75\times 10^{-4}+7\times 9.86\times 10^{-4}}{18}=7.668\times 10^{-4}$$

$$|t|=\frac{|80.02-79.98|}{s_w\sqrt{\frac{1}{13}+\frac{1}{8}}}=3.215>t_{0.025}(18)=2.1009$$

拒绝  $H_{02}$  , 两种方法测量总体的均值不相等 .

48 . 现比较甲乙两厂生产同一种元件的质量 , 从甲厂抽取 9 个元件 , 算得其寿命的平均值  $\bar{x}=1532\text{h}$  , 样本标准差  $s_1=432\text{h}$  ; 从乙厂抽取 18 个元件 , 算得样本均值  $\bar{y}=1412\text{h}$  , 样本标准差  $s_2=380\text{h}$  . 设两厂生产的元件寿命服从正态分布  $N(\mu_1, \sigma_1^2)$  ,  $N(\mu_2, \sigma_2^2)$  , 试问在显著性水平  $\alpha=0.05$  下 , 两厂生产的元件有无显著性差异 ?

**解:** (1)  $H_{01}:\sigma_X^2=\sigma_Y^2$  ,  $H_{11}:\sigma_X^2\neq\sigma_Y^2$

$$P\left(\left\{\frac{S_X^2}{S_Y^2}<F_{1-\alpha/2}(n_X-1,n_Y-1)\right\}\cup\left\{\frac{S_X^2}{S_Y^2}>F_{\alpha/2}(n_X-1,n_Y-1)\right\}\right)=\alpha$$

$$\frac{1}{4.10}=\frac{1}{F_{0.025}(17,8)}<f=\frac{432^2}{380^2}=1.292<F_{0.025}(8,17)=3.06$$

接受  $H_{01}$  , 两厂生产的元件的方差无显著差异 .

(2)  $H_{02}:\mu_X=\mu_Y$  ,  $H_{12}:\mu_X\neq\mu_Y$

$$P\left(\frac{|\bar{X}-\bar{Y}|}{S_w\sqrt{\frac{1}{n_X}+\frac{1}{n_Y}}}>t_{\alpha/2}(n_X+n_Y-2)\right)=\alpha$$

$$s_w^2=\frac{(n_X-1)s_X^2+(n_Y-1)s_Y^2}{n_X+n_Y-2}=\frac{8\times 432^2+17\times 380^2}{25}=157911.68$$

$$|t|=\frac{|1532-1412|}{s_w\sqrt{\frac{1}{9}+\frac{1}{18}}}=0.739<t_{0.025}(25)=2.0595$$

接受  $H_{02}$  , 两厂生产的元件的均值无显著差异 .

\*49. 某大学试图评价一项新的奖学金制度对 SCI 论文发表数量是否有影响 , 随即抽取了 5 个专业采用这项奖学金制度 . 下表是这项新奖学金制度实施前后年发表 SCI 论文数量的数据 .

专业	前	后	差
1	15	18	-3
2	12	14	-2
3	18	19	-1
4	15	18	-3
5	16	18	-2

若  $\alpha = 0.05$  , 检验新的奖学金制度是否导致年发表 SCI 论文的数量增加 .

**解:** 设实施新的奖学金制度前年发表 SCI 论文数量为  $X$  , 实施新的奖学金制度后年发表 SCI 论文数量为  $Y$  , 则实施新的奖学金制度前后年发表 SCI 论文数量之差  $D = X - Y$  , 假设  $D \sim N(\mu, \sigma^2)$  , 则问题归结为检验假设检验问题 :

$$H_0 : \mu \geq D_0 = 0 , H_1 : \mu < 0$$

当  $H_0 : \mu \geq D_0 = 0$  成立时 ,

$$P \left\{ T = \frac{\bar{D} - D_0}{s_D / \sqrt{n}} < -t_{\alpha}(n-1) \right\} \leq \alpha$$

根据样本数据计算

$$\bar{d} = \frac{\sum_{i=1}^n d_i}{n} = \frac{-3-2-1-3-2}{5} = -2.2 , s_D = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (d_i - \bar{d})^2}{n-1}} = \sqrt{\frac{2.8}{4}} = 0.8367$$

$$\text{由于 } t = \frac{-2.2-0}{0.8367/\sqrt{5}} = -5.880 < -t_{0.05}(4) = -2.132$$

所以拒绝原假设  $H_0$  , 即可以认为新的奖学金制度导致年发表 SCI 论文的数量增加 .

\*50. 对 1000 名高中生做性别与色盲的调查 , 获得如下二维列联表 :

性别	视觉	
	正常	色盲

男	442	38
女	514	6

试在显著性水平  $\alpha = 0.05$  下，考察性别与色盲是否相互独立

解：  $H_0$ ：色盲与性别独立，  $H_1$ ：色盲与性别不独立

$$\chi^2 = 1000 \left[ \frac{\left(442 - \frac{480 \times 956}{1000}\right)^2}{480 \times 956} + \frac{\left(1514 - \frac{520 \times 956}{1000}\right)^2}{520 \times 956} + \frac{\left(38 - \frac{480 \times 44}{1000}\right)^2}{480 \times 44} + \frac{\left(6 - \frac{520 \times 44}{1000}\right)^2}{520 \times 44} \right]$$

$$= 27.138$$

查表得  $\chi_{0.025}^2(1) = 3.841$ ，因为  $\chi^2 = 27.138 > 3.841$ ，

所以拒绝  $H_0$ ，即认为色盲与性别不相互独立。

\*51. 从某小学五年级男生中抽取 72 人，测量身高（单位：cm），得到数据如下：

128.1	144.4	150.3	146.2	140.4	139.7	134.1	124.3	147.9	143.0	143.1
142.7	126.0	125.6	127.7	154.4	142.7	141.2	133.4	131.0	125.4	130.3
146.3	146.8	142.7	137.6	136.9	122.7	131.8	147.7	135.8	134.8	139.1
139.0	132.3	134.7	150.4	142.7	144.3	136.4	134.5	132.3	152.7	148.1
139.6	138.9	136.1	135.9	142.2	152.1	142.4	142.7	136.2	135.0	154.3
47.9	141.3	143.8	138.1	139.7	27.4	146.0	155.8	141.2	146.4	139.4
140.8	127.7	150.7	160.3	148.5	147.5					

要求检验学生身高是否服从正态分布  $N(\mu, \sigma^2)$ 。

解：采用正态分布的概率纸检验，如图，72 个点几乎落在一条直线上，所以，可以认为学生身高服从正态分布  $N(\mu, \sigma^2)$ 。

身高的正态 P-P 图

