

第 1 章随机事件及其概率习题解答

一. 选择题

1. 下列关系正确的是(C).

A. $0 \in \emptyset$. B. $\emptyset \in \{0\}$. C. $\emptyset \subset \{0\}$. D. $\emptyset = \{0\}$.

2. 随机试验 E 为:统计某路段一个月中的重大交通事故的次数, $A = \{\text{无重大交通事故}\}$; $B = \{\text{至少有一次重大交通事故}\}$; $C = \{\text{重大交通事故的次数大于 1}\}$; $D = \{\text{重大交通事故的次数小于 2}\}$, 则互不相容的事件是(D).

A. B 与 C . B. A 与 D . C. B 与 D . D. C 与 D .

3. 设 $P = \{(x, y) | x^2 + y^2 = 1\}$, $Q = \{(x, y) | x^2 + y^2 = 4\}$, 则(C).

A. $P \subset Q$. B. $P < Q$. C. $P \subset Q$ 与 $P \supset Q$ 都不对. D. $4P = Q$.

4. 打靶 3 发, 事件 $A_i = \{\text{击中 } i \text{ 发}\}$, $i=0, 1, 2, 3$. 那么事件 $A = A_1 \cup A_2 \cup A_3$ 表示(B).

A. 全部击中. B. 至少有一发击中.

C. 必然击中. D. 击中不少于 3 发.

5. 设 A, B, C 为随机试验中的三个事件, 则 $\overline{A \cup B \cup C}$ 等于(B).

A. $\overline{A} \cup \overline{B} \cup \overline{C}$. B. $\overline{A} \cap \overline{B} \cap \overline{C}$. C. $A \cap B \cap C$. D. $A \cup B \cup C$.

6. 设 A 与 B 互斥(互不相容), 则下列结论肯定正确的是(D).

A. \overline{A} 与 \overline{B} 不相容. B. \overline{A} 与 \overline{B} 必相容.

C. $P(AB) = P(A)P(B)$. D. $P(A-B) = P(A)$.

7. 设随机事件 A, B 互斥, $P(A) = p$, $P(B) = q$, 则 $P(\overline{A} \cup B) =$ (D).

A. q . B. $1-q$. C. p . D. $1-p$.

8. 设随机事件 A, B 互斥, $P(A) = p$, $P(B) = q$, 则 $P(A \cap \overline{B}) =$ (A).

A. p . B. $1-p$. C. q . D. $1-q$.

9. 设有 10 个人抓阄抽取两张戏票, 则第三个人抓到戏票的概率等于(D).

A. 0. B. $\frac{1}{4}$. C. $\frac{1}{8}$. D. $\frac{1}{5}$.

10. 设 $P(A) > 0$, $P(B) > 0$, 则下列公式正确的是(C).

A. $P(A-B) = P(A) [1 - P(B)]$. B. $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$.

C. $P(AB|A) = P(B|A)$. D. $P(A|B) = P(B|A)$.

11. 随机事件 A 、 B 适合 $B \subset A$, 则以下各式错误的是(B).

A. $P(A \cup B) = P(A)$. B. $P(B|A) = P(B)$.

C. $P(\overline{A} \cap \overline{B}) = P(\overline{A})$. D. $P(B) \leq P(A)$.

12. 设 A 、 B 为任意两个事件并适合 $A \subset B$, $P(B) > 0$, 则下结论必然成立的是(B).

A. $P(A) < P(A|B)$. B. $P(A) \leq P(A|B)$.

C. $P(A) > P(A|B)$. D. $P(A) \geq P(A|B)$.

13. 已知 $P(A) = 0.8$, $P(B) = 0.6$, $P(A \cup B) = 0.96$, 则 $P(B|A) =$ (B).

A. 0.44. B. 0.55. C. $\frac{11}{15}$. D. 0.48.

14. 设 A, B 相互独立, $P(A) = 0.75$, $P(B) = 0.8$, 则 $P(\overline{A} \cup \overline{B}) =$ (B).

A. 0.45. B. 0.4. C. 0.6. D. 0.55.

15. 某类灯泡使用时数在 500 小时以上的概率为 0.5, 从中任取 3 个灯泡使用, 则在使用 500 小时之后无一损坏的概率为(A).

A. $\frac{1}{8}$. B. $\frac{2}{8}$. C. $\frac{3}{8}$. D. $\frac{4}{8}$.

16. 一批产品, 优质品占 20%, 进行重复抽样检查, 共取 5 件产品进行检查, 则恰有三件是优质品的概率等于(D).

A. 0.2^3 . B. $0.2^3 \times 0.8^2$. C. $0.2^3 \times 10$. D. $10 \times 0.2^3 \times 0.8^2$.

17. 若 A, B 相互独立, $P(B) = 0.3$, $P(A) = 0.6$, 则 $P(B|A)$ 等于(B).

A. 0.6 B. 0.3 C. 0.5 D. 0.18

18. 设 A, B 相互独立且 $P(A \cup B) = 0.7$, $P(A) = 0.4$, 则 $P(B) =$ (A).

A. 0.5. B. 0.3. C. 0.75. D. 0.42.

19. 一批产品的废品率为 0.01, 从中随机抽取 10 件, 则 10 件中废品数是 2 件的概率为 (C).

$$A . C_{10}^2 (0.01)^2 \quad B . C_{10}^2 (0.01)^8 (0.99)^2$$

$$C . C_{10}^8 (0.01)^2 (0.99)^8 \quad D . C_{10}^8 (0.01)^8 (0.99)^2$$

20. 每次试验的成功率为 $p(0 < p < 1)$, 则在三次独立重复试验中 , 至少失败一次的概率为(**B**) .

$$A . (1-p)^3 . \quad B . 1-p^3 . \quad C . 3(1-p) . \quad D . (1-p) + (1-p)^2 + (1-p)^3 .$$

二 . 填空题

21. 设 $A = \{\text{掷一颗骰子出现偶数点}\}$, $B = \{\text{掷一颗骰子出现 2 点}\}$, 则 A 与 B 有关系 $B \subset A$.

22. 如果 $A \cup B = A$, 且 $AB = A$, 则事件 A 与 B 满足的关系是 $A=B$.

23. 对目标进行射击 , 设 A_i 表示恰好射中 i 次的事件 , ($i=0, 1, 2, 3, 4$) . 那么 $A = A_2 \cup A_3 \cup A_4$ 表示事件 “ 射中次数 不小于二次(或 ≥ 2) ”

24. 设样本空间 $U = \{1, 2, \dots, 10\}$, $A = \{2, 3, 4, \dots\}$, $B = \{3, 4, 5, \dots\}$, $C = \{5, 6, 7\}$, 则 $\overline{A(B \cup C)} = \underline{\{1, 2, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}}$.

25. 已知 $P(AB) = 0.72$, $P(A\bar{B}) = 0.18$, 则 $P(A) = \underline{0.90}$.

26. 设 A, B 是两个互不相容的随机事件 , 且知 $P(A) = \frac{1}{4}$, $P(B) = \frac{1}{2}$ 则 $P(A \cup \bar{B}) = \underline{P(A) + P(\bar{B}) - P(A\bar{B}) = P(A) + P(\bar{B}) - P(A) + P(AB) = 1/2}$.

27. 一批产品 1000 件 , 其中有 10 件次品 , 每次任取一件 , 取出后不放回去 , 连取二次 , 则取得的都是正品的概率等于 $\frac{990}{1000} \times \frac{989}{999} = \frac{10879}{11100}$.

28. 已知 : $P(A) = 0.4$, $P(B) = 0.3$, $P(A-B) = 0.3$. 则 $P(A \cup B) = \underline{0.6}$.

29. 已知 $P(A)$ 和 $P(AB)$, 则 $P(\bar{A} \cup B) = \underline{1 - P(A) + P(AB)}$.

30. 已知 : $P(A) = P(B) = P(C) = \frac{1}{4}$, $P(AB) = P(BC) = \frac{1}{16}$, $P(AC) = 0$.

则 $P(\bar{A} \cdot \bar{B} \cdot \bar{C}) = \underline{3/8}$.

31. 已知 $P(A) = 0.5$, $P(B) = 0.4$, $P(A \cup B) = 0.7$. 则 $P(A-B) = \underline{0.3}$.

32. 已知 $P(A) = 0.1, P(B) = 0.3, P(A|B) = 0.2$, 则 $P(A|\bar{B}) = \underline{4/70}$.

33. 已知 $P(A) = \frac{1}{2}, P(B|A) = \frac{1}{4}$, 则 $P(A\bar{B}) = \underline{3/8}$.

34. 已知 $P(A) = \frac{1}{3}, P(B|A) = \frac{3}{5}, P(B|\bar{A}) = \frac{3}{4}$, 则 $P(A|B) = \underline{2/7}$.

35. 已知 $P(A) = \frac{1}{2}, P(B) = \frac{2}{5}, P(B|A) = \frac{2}{3}$, 则 $P(A \cup B) = \underline{17/30}$.

36. 设 A_1, A_2, A_3 是随机试验 E 的三个相互独立的事件, 已知 $P(A_1) = \alpha$, $P(A_2) = \beta$, $P(A_3) = \gamma$, 则 A_1, A_2, A_3 至少有一个发生的概率是 $\underline{\alpha + \beta + \gamma - \alpha\beta - \beta\gamma - \gamma\alpha + \alpha\beta\gamma}$.

37. 事件 A, B 相互独立, 且 $P(A) = p, (0 < p < 1), P(B) = q (0 < q < 1)$, 则 $P(\bar{A} \cup \bar{B}) = \underline{1 - pq}$.

38. 设 A, B 相互独立, 且知 $P(A) = \frac{1}{2}, P(B) = \frac{1}{3}$, 则 $P(A \cup B) = \underline{2/3}$.

39. 从含有 6 个红球, 4 个白球和 5 个蓝球的盒中随机地摸取一个球, 则取到的不是红球的事件的概率等于 $\underline{3/5}$.

40. 某车间有 5 台机器, 每天每台需要维修的概率为 0.2, 则同一天恰好有一台需要维修的概率为 $\underline{C_5^1(0.2)(0.8)^4 = 0.4096}$.

41. 一只袋中有 4 只白球和 2 只黑球, 另一只袋中有 3 只白球和 5 只黑球, 如果从每只袋中独立地各摸一只球, 则事件“两只球都是白球”的概率等于 $\underline{1/4}$.

42. 设袋中有两个白球和三个黑球, 从袋中依次取出一个球, 有放回地连续取两次, 则取得二个白球的事件的概率是 $\underline{\frac{2}{5} \cdot \frac{2}{5} = 0.16}$.

43. 某产品的次品率为 0.002, 现对其进行重复抽样检查, 共取 200 件样品, 则查得其中有 4 件次品的概率 p 的计算式是 $\underline{C_{200}^4 \times (0.002)^4 \times (0.998)^{196}}$.

44. 设在一次试验中事件 A 发生的概率为 p , 则在 5 次重复独立试验中, A 至少发生一次的概率是 $\underline{1 - (1 - p)^5}$.

三. 应用计算题

45. 已知 $P(\bar{A}) = 0.3$, $P(A\bar{B}) = 0.4$, $P(B) = 0.5$, 求

$$(1) P(AB); \quad (2) P(B-A); \quad (3) P(A \cup B); \quad (4) P(\overline{A}\overline{B}).$$

解: (1) 由 $P(\overline{A}) = 0.3$, $P(\overline{A}\overline{B}) = P(A) - P(AB) = 0.4$ 得, $P(AB) = 0.3$

$$(2) P(B-A) = P(B) - P(AB) = 0.5 - 0.3 = 0.2$$

$$(3) P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(AB) = 0.9$$

$$(4) P(\overline{A}\overline{B}) = P(\overline{A \cup B}) = 1 - P(A \cup B) = 0.1$$

46. 已知 $P(\overline{A}) = 0.3$, $P(B) = 0.4$, $P(\overline{A}\overline{B}) = 0.5$, 求 $P(B|A \cup \overline{B})$.

解: 由 $P(\overline{A}\overline{B}) = P(A) - P(AB) = 0.5$ 得, $P(AB) = 0.2$

$$P(B|A \cup \overline{B}) = \frac{P[B \cap (A \cup \overline{B})]}{P(A \cup \overline{B})} = \frac{P(A \cap B)}{P(A) + P(\overline{B}) - P(\overline{A}\overline{B})} = \frac{0.2}{0.8} = 0.25$$

47. 已知 $P(A) = \frac{1}{4}$, $P(B|A) = \frac{1}{3}$, $P(A|B) = \frac{1}{2}$, 求 $P(A \cup B)$.

解: 由 $P(B|A) = \frac{P(AB)}{P(A)} = \frac{1}{3}$, 得 $P(AB) = \frac{1}{3}P(A) = \frac{1}{12}$; 又由 $P(A|B) = \frac{P(AB)}{P(B)} = \frac{1}{2}$,

得 $P(B) = 2P(AB) = \frac{1}{6}$, 由此得

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(AB) = \frac{1}{4} + \frac{1}{6} - \frac{1}{12} = \frac{1}{3}$$

48. 某门课只有通过口试及笔试两种考试才能结业. 某学员通过口试的概率为 80%, 通过笔试的概率为 65%, 至少通过两者之一的概率为 85%. 问这名学生能完成这门课程结业的概率是多少?

解: 设 $A = \{\text{通过口试}\}$, $B = \{\text{通过笔试}\}$, 则这名学生能完成这门课程结业的概率为

$$P(AB) = P(A) + P(B) - P(A \cup B) = 0.8 + 0.65 - 0.85 = 0.6$$

49. 一批产品总数为 100 件, 其中有 2 件为不合格品, 现从中随机抽取 5 件, 问其中有不合格品的概率是多少?

解: 设 $A = \{\text{所抽取的 5 件没有不合格品}\}$, 则其中有不合格品的概率为

$$P(B) = 1 - P(A) = 1 - \frac{C_{98}^5}{C_{100}^5} = 1 - \frac{893}{990} = \frac{97}{990}$$

50. 在区间 $(0, 1)$ 中随机地取两个数, 求这两个数只差的绝对值小于 $\frac{1}{2}$ 的概率.

解: 设 $A = \{\text{取到的两个数只差的绝对值小于 } \frac{1}{2}\}$, 又设取到的两个数分别为 x 和 y ,

则 $\Omega = \{(x, y) | 0 < x < 1, 0 < y < 1\}$, $A = \{(x, y) | |x - y| < 1/2\}$, 则有

$$P(A) = \frac{S_A}{S_\Omega} = \frac{1 - 1/4}{1} = \frac{3}{4} = 0.75$$

51. 设某种动物由出生算起活 20 年以上的概率为 0.8, 活 25 年以上的概率为 0.4. 如果现在有一只 20 岁的这种动物, 问它能活到 25 岁以上的概率是多少?

解: 设 $A = \{\text{某种动物由出生算起活 20 年以上}\}$, $B = \{\text{某种动物由出生算起活 25 年以上}\}$, 则一只 20 岁的这种动物, 它能活到 25 岁以上的概率为

$$P(B | A) = \frac{P(AB)}{P(A)} = \frac{P(B)}{P(A)} = \frac{0.4}{0.8} = 0.5$$

52. 设有 100 件产品, 其中有次品 10 件, 现依次从中取 3 件产品, 求第 3 次才取到合格品的概率.

解: 设 $A_i = \{\text{第 } i \text{ 次取到合格品}\}$, 则第 3 次才取到合格品的概率为

$$P(\bar{A}_1 \bar{A}_2 A_3) = P(\bar{A}_1)P(\bar{A}_2 | \bar{A}_1)P(A_3 | \bar{A}_1 \bar{A}_2) = \frac{10}{100} \times \frac{9}{99} \times \frac{90}{98} = \frac{9}{1078}$$

53. 有两个口袋, 甲袋中盛有 2 个白球, 1 个黑球; 乙袋中盛有 1 个白球, 2 个黑球. 由甲袋中任取一球放入乙袋, 再从乙袋任取一球, 问从乙袋取得白球的概率是多少?

解: 设 $A = \{\text{从甲袋中取白球放入乙袋}\}$, $B = \{\text{从乙袋取得白球}\}$, 则

$$P(B) = P(A)P(B | A) + P(\bar{A})P(B | \bar{A}) = \frac{2}{3} \times \frac{2}{4} + \frac{1}{3} \times \frac{1}{4} = \frac{5}{12}$$

54. 设男女两性人口之比为 51:49. 又设男人色盲率为 2%, 女人色盲率为 0.25%. 现随机抽到一个人色盲, 问该人是男人的概率是多少?

解: 设 $A = \{\text{男}\}$, $B = \{\text{色盲}\}$, 则

$$\begin{aligned} P(A | B) &= \frac{P(AB)}{P(B)} = \frac{P(A)P(B | A)}{P(A)P(B | A) + P(\bar{A})P(B | \bar{A})} \\ &= \frac{0.51 \times 0.02}{0.51 \times 0.02 + 0.49 \times 0.0025} \approx 0.8928 \end{aligned}$$

55. 做一系列独立的试验, 每次试验中成功的概率为 p , 求在成功 n 次之前已经失败 m 次的概率.

解: 设 $A = \{\text{前 } n + m - 1 \text{ 试验中有 } m \text{ 失败}\}$, $B = \{\text{第 } n + m \text{ 次试验成功}\}$, 则在成功 n 次之前已经失败 m 次的概率为

$$P(AB) = P(A)P(B) = C_{m+n-1}^m p^{n-1} (1-p)^m \cdot p = C_{m+n-1}^m p^n (1-p)^m$$

56. 加工某一零件共需经过四道工序，设各道工序的次品率分别是 2%，3%，5%，3%，假定各道工序是互不影响的，求加工出来的零件的次品率。

解：设 $A_i = \{\text{第 } i \text{ 道工序合格}\}$ ，则加工出来的零件的次品率为

$$\begin{aligned} P(\bar{A}_1 \cup \bar{A}_2 \cup \bar{A}_3 \cup \bar{A}_4) &= \overline{P(A_1 \cap A_2 \cap A_3 \cap A_4)} = 1 - P(A_1 \cap A_2 \cap A_3 \cap A_4) \\ &= 1 - P(A_1)P(A_2)P(A_3)P(A_4) = 1 - 0.98 \times 0.97 \times 0.95 \times 0.97 \approx 0.124 \end{aligned}$$