



第4章 相关辨识法

4.1 连续时域相关分析法

4.2 利用M序列作输入信号的相关分析法

作者：李鹏波、胡德文

单位：国防科技大学机电工程与自动化学院

Email: gaoxia73@163.com

中国水利水电出版社版权所有



- 4.1 连续时域相关分析法
- 4.2 利用M序列作输入信号的相关分析法
- 2. 用M序列作输入信号的相关分析法
- 3. 递推算法
- 4. 用M序列作输入信号的相关分析法

Home Page

Title Page



Page 1 of 26

Go Back

Full Screen

Close

Quit



- 4.1 连续时域相关分析法
- 4.2 利用M序列作输入...
- 2. 用M序列作输入信号...
- 3. 递推算法
- 4. 用M序列作输入信号...

相关法是测定被识对象的脉冲响应函数的一种辨识方法。当过程存在噪声时，利用相关法辨识过程的脉冲响应，效果较好，且适合于在线辨识，因此应用较为普遍。这种方法一般采用伪随机信号作为辨识用的输入测试信号。该信号比较容易产生，被识对象输入这种信号后，不致引起被识对象过大地偏离正常运行状态，该方法可以在生产过程正常运行下进行，在数据处理上也比较方便。

本章讨论连续时域中的相关分析法，推导了Wiener-Hopf方程。对于利用M序列作输入信号的相关分析法，分别介绍了离散算法、一次完成算法和递推算法。还介绍了利用脉冲响应求连续系统的传递函数和离散系统的脉冲传递函数。

[Home Page](#)[Title Page](#)

Page 2 of 26

[Go Back](#)[Full Screen](#)[Close](#)[Quit](#)



第4章 相关辨识法



4.1 连续时域的相关分析法



4.2 利用M序列作输入的相关分析法



4.2.1 离散算法



4.2.2 用M序列作输入的一次完成算法



4.2.3 递推算法



4.2.4 用M序列作输入辨识脉冲响应的步骤

- 4.1 连续时域相关分析法
- 4.2 利用M序列作输入...
- 2. 用M序列作输入信号...
- 3. 递推算法
- 4. 用M序列作输入信号...

Home Page

Title Page



Page 3 of 26

Go Back

Full Screen

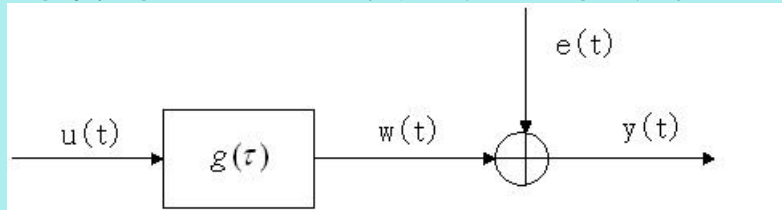
Close

Quit



4.1 连续时域相关分析法

考虑一个单输入单输出的线性时不变系统，如图所示。



图中 $y(t)$ 为观测值， $u(t)$ 为已知输入， $e(t)$ 是零均值白噪声。由 $y(t)$ 得到脉冲响应函数 $g(\tau)$ 的估计值 $\hat{g}(\tau)$ 。模型的输出为

$$\hat{y}(t) = \int_0^{+\infty} \hat{g}(\tau) u(t - \tau) d\tau \quad (1)$$

- 4.1 连续时域相关分析法
- 4.2 利用 M 序列作输入...
- 2. 用 M 序列作输入信号...
- 3. 递推算法
- 4. 用 M 序列作输入信号...

[Home Page](#)[Title Page](#)[◀](#) [▶](#)[◀](#) [▶](#)[Page 4 of 26](#)[Go Back](#)[Full Screen](#)[Close](#)[Quit](#)



采用二次型准则函数

$$J = \int_0^{+\infty} [y(t) - \hat{y}(t)]^2 dt = \min \quad (2)$$

- 4.1 连续时域相关分析法
- 4.2 利用M序列作输入...
- 2. 用M序列作输入信号...
- 3. 递推算法
- 4. 用M序列作输入信号...

Home Page

Title Page



Page 5 of 26

Go Back

Full Screen

Close

Quit



- 4.1 连续时域相关分析法
- 4.2 利用M序列作输入...
- 2. 用M序列作输入信号...
- 3. 递推算法
- 4. 用M序列作输入信号...

采用二次型准则函数

$$J = \int_0^{+\infty} [y(t) - \hat{y}(t)]^2 dt = \min \quad (2)$$

即

$$J = \lim_{T \rightarrow +\infty} \frac{1}{T} \int_0^T [y(t) - \hat{y}(t)]^2 dt = \min \quad (3)$$

式中 T 为积分时间。现在要依据系统的输入输出数据，确定模型的脉冲响应估计值 $\hat{g}(\tau)$ ，使误差准则函数取极小值。这是一个变分问题。先对准则函数进行化简

$$J = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T y^2(t) dt - 2 \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T y(t) \hat{y}(t) dt + \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T \hat{y}^2(t) dt \quad (4)$$

上式第1项为已知的观测值，第2项和第3项分别为

Home Page

Title Page

◀ ▶

◀ ▶

Page 5 of 26

Go Back

Full Screen

Close

Quit

$$\frac{1}{T} \int_0^T y(t) \hat{y}(t) dt = \frac{1}{T} \int_0^T y(t) \int_0^\infty \hat{g}(\tau) u(t - \tau) d\tau dt$$



- 4.1 连续时域相关分析法
- 4.2 利用M序列作输入...
- 2. 用M序列作输入信号...
- 3. 递推算法
- 4. 用M序列作输入信号...

[Home Page](#)

[Title Page](#)



Page 6 of 26

[Go Back](#)

[Full Screen](#)

[Close](#)

[Quit](#)

$$\begin{aligned}
 \frac{1}{T} \int_0^T y(t) \hat{y}(t) dt &= \frac{1}{T} \int_0^T y(t) \int_0^\infty \hat{g}(\tau) u(t - \tau) d\tau dt \\
 &= \int_0^\infty \hat{g}(\tau) \left[\frac{1}{T} \int_0^T y(t) u(t - \tau) dt \right] d\tau
 \end{aligned}$$



- 4.1 连续时域相关分析法
- 4.2 利用M序列作输入...
- 2. 用M序列作输入信号...
- 3. 递推算法
- 4. 用M序列作输入信号...

[Home Page](#)

[Title Page](#)



Page 6 of 26

[Go Back](#)

[Full Screen](#)

[Close](#)

[Quit](#)

$$\begin{aligned}
 \frac{1}{T} \int_0^T y(t) \hat{y}(t) dt &= \frac{1}{T} \int_0^T y(t) \int_0^\infty \hat{g}(\tau) u(t - \tau) d\tau dt \\
 &= \int_0^\infty \hat{g}(\tau) \left[\frac{1}{T} \int_0^T y(t) u(t - \tau) dt \right] d\tau \\
 &= \int_0^\infty \hat{g}(\tau) R_{yu}(\tau) d\tau
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \frac{1}{T} \int_0^T \hat{y}^2(t) dt &= \frac{1}{T} \int_0^T \left[\int_0^\infty \hat{g}(\tau) u(t - \tau) d\tau \cdot \int_0^\infty \hat{g}(\lambda) u(t - \lambda) d\lambda \right] dt \\
 &= \frac{1}{T} \int_0^T \left[\int_0^\infty \int_0^\infty \hat{g}(\tau) \hat{g}(\lambda) u(t - \tau) u(t - \lambda) d\tau d\lambda \right] dt
 \end{aligned}$$



- 4.1 连续时域相关分析法
- 4.2 利用M序列作输入...
- 2. 用M序列作输入信号...
- 3. 递推算法
- 4. 用M序列作输入信号...

[Home Page](#)

[Title Page](#)

[◀◀](#) [▶▶](#)

[◀](#) [▶](#)

Page 6 of 26

[Go Back](#)

[Full Screen](#)

[Close](#)

[Quit](#)



- 4.1 连续时域相关分析法
- 4.2 利用M序列作输入...
- 2. 用M序列作输入信号...
- 3. 递推算法
- 4. 用M序列作输入信号...

$$\begin{aligned}\frac{1}{T} \int_0^T y(t) \hat{y}(t) dt &= \frac{1}{T} \int_0^T y(t) \int_0^\infty \hat{g}(\tau) u(t - \tau) d\tau dt \\&= \int_0^\infty \hat{g}(\tau) \left[\frac{1}{T} \int_0^T y(t) u(t - \tau) dt \right] d\tau \\&= \int_0^\infty \hat{g}(\tau) R_{yu}(\tau) d\tau\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{1}{T} \int_0^T \hat{y}^2(t) dt &= \frac{1}{T} \int_0^T \left[\int_0^\infty \hat{g}(\tau) u(t - \tau) d\tau \cdot \int_0^\infty \hat{g}(\lambda) u(t - \lambda) d\lambda \right] dt \\&= \frac{1}{T} \int_0^T \left[\int_0^\infty \int_0^\infty \hat{g}(\tau) \hat{g}(\lambda) u(t - \tau) u(t - \lambda) d\tau d\lambda \right] dt \\&= \int_0^\infty \int_0^\infty \hat{g}(\tau) \hat{g}(\lambda) \left[\frac{1}{T} \int_0^T u(t - \tau) u(t - \lambda) dt \right] d\tau d\lambda \\&= \int_0^\infty \int_0^\infty \hat{g}(\tau) \hat{g}(\lambda) R_{uu}(\tau - \lambda) d\tau d\lambda\end{aligned}$$

J 为脉冲响应函数 $\hat{g}(\tau)$ 的函数，求 $\delta J = 0$ ，即关于 $\hat{g}(\tau)$ 的变分。

[Home Page](#)[Title Page](#)[◀◀](#) [▶▶](#)[◀](#) [▶](#)[Page 6 of 26](#)[Go Back](#)[Full Screen](#)[Close](#)[Quit](#)



- 4.1 连续时域相关分析法
- 4.2 利用M序列作输入...
- 2. 用M序列作输入信号...
- 3. 递推算法
- 4. 用M序列作输入信号...

$$\begin{aligned}\delta J &= 0 - 2 \int_0^\infty \delta \hat{g}(\tau) R_{yu}(\tau) d\tau + 2 \int_0^\infty \int_0^\infty \delta \hat{g}(\tau) \hat{g}(\lambda) R_{uu}(\tau - \lambda) d\tau d\lambda \\ &\equiv 0\end{aligned}\tag{5}$$

即

$$\int_0^\infty \delta \hat{g}(\tau) \left[R_{yu}(\tau) - \int_0^\infty \hat{g}(\lambda) R_{uu}(\tau - \lambda) d\lambda \right] d\tau \equiv 0$$

得到

$$R_{yu}(\tau) = \int_0^\infty \hat{g}(\lambda) R_{uu}(\tau - \lambda) d\lambda\tag{6}$$

这样得到了 J 取极值的必要条件。

[Home Page](#)

[Title Page](#)



Page 7 of 26

[Go Back](#)

[Full Screen](#)

[Close](#)

[Quit](#)



- 4.1 连续时域相关分析法
- 4.2 利用M序列作输入...
- 2. 用M序列作输入信号...
- 3. 递推算法
- 4. 用M序列作输入信号...

$$\begin{aligned}\delta^2 J &= 2 \int_0^\infty \int_0^\infty \delta \hat{g}(\tau) \delta \hat{g}(\lambda) R_{uu}(\tau - \lambda) d\tau d\lambda d\tau d\lambda \\ &= \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{2}{T} \int_0^T \left[\int_0^\infty \delta \hat{g}(\tau) u(t - \tau) d\tau \right]^2 dt > 0\end{aligned}\quad (7)$$

即得到了 J 取极小值的充分条件。由式(6)

$$R_{yu}(\tau) = \int_0^\infty \hat{g}(t) R_{uu}(\tau - t) dt \quad (8)$$

这就是辨识中常用的Wiener-Hopf方程。

由此可见，倘若我们已测得自相关函数 $R_u(\tau)$ 和互相关函数 $R_{yu}(\tau)$ ，则通过求解卷积方程式(8)，便有可能获得被识对象的脉冲响应函数。

Home Page

Title Page

◀ ▶

◀ ▶

Page 8 of 26

Go Back

Full Screen

Close

Quit



采用相关法测定对象的特性有一个显著的特点，即这种方法的抗干扰能力较强。这是因为即使存在干扰，只要选择与干扰互不相关的输入测试信号，就可以克服随机干扰的影响。

在一般情况下，求解Wiener-Hopf方程是比较困难的。但是，当被识对象的输入测试信号采用白噪声，方程就容易解出了。白噪声的自相关函数是一个 δ 函数

$$R_{uu}(\tau) = \delta(\tau) \cdot R_{uu}(0) = \delta(\tau) \cdot \sigma_u^2 \quad (9)$$

将式(9)代入式(8)，即得

$$R_{yu}(\tau) = \hat{g}(\tau) \cdot \sigma_u^2 \quad (10)$$

$$\hat{g}(\tau) = \frac{1}{\sigma_u^2} R_{yu}(\tau) \quad (11)$$

式(11)表明：当输入测试信号为白噪声时，输入信号与输出信号之间的互相关函数与脉冲响应函数成比例关系。这样的求解是很简单的，但是，在实际应用中至少有如下困难：一是白噪声在技术上难以实现；二是由于变化无规律，难以通过一般的执行器将它加入系统。因此，连续型白噪声输入仅仅具有理论上的意义。

- 4.1 连续时域相关分析法
- 4.2 利用M序列作输入...
- 2. 用M序列作输入信号...
- 3. 递推算法
- 4. 用M序列作输入信号...

[Home Page](#)[Title Page](#)[Page 9 of 26](#)[Go Back](#)[Full Screen](#)[Close](#)[Quit](#)



- 4.1 连续时域相关分析法
- 4.2 利用M序列作输入...
- 2. 用M序列作输入信号...
- 3. 递推算法
- 4. 用M序列作输入信号...

这里对变分的定义作简单的说明，所谓变分是自变量微小变化时，函数的变化量。

$$\delta J = \frac{\partial}{\partial \alpha} J(x + \alpha \delta x) \big|_{\alpha=0} \quad (12)$$

[Home Page](#)[Title Page](#)

Page 10 of 26

[Go Back](#)[Full Screen](#)[Close](#)[Quit](#)



- 4.1 连续时域相关分析法
- 4.2 利用M序列作输入信号的相关分析法
- 2. 用M序列作输入信号...
- 3. 递推算法
- 4. 用M序列作输入信号...

4.2 利用M序列作输入信号的相关分析法

1. 离散算法

M序列是循环周期为 $N_p \cdot \Delta t$ ，自相关函数近似于 δ 函数的一种随机序列，其统计特性近似于白噪声。

M序列的自相关函数为

$$R_M(\tau) = \begin{cases} a^2 & \tau = 0, N_p, 2N_p, \dots \\ -\frac{a^2}{N_p} & \tau \neq 0, N_p, 2N_p, \dots \end{cases} \quad (13)$$

N_p 足够大(选择 N_p 使M序列的循环周期大于过程的过渡过程时间)， a 为M序列的幅度。

[Home Page](#)[Title Page](#)

Page 11 of 26

[Go Back](#)[Full Screen](#)[Close](#)[Quit](#)



设数据的采样时间等于M序列移位脉冲周期 Δt ，则Wiener–Hopf方程可写成离散形式

$$R_{yM}(\tau) = \sum_{j=0}^{\infty} \hat{g}(j) R_M(\tau - j) \Delta t \quad (14)$$

当M序列的循环周期 $N_p \Delta t$ 大于系统的过渡过程时间 T_s 时，脉冲响应在时间大于 $N_p \Delta t$ 后基本上衰减为零。于是

$$R_{yM}(\tau) = \sum_{j=0}^{N_p-1} \hat{g}(j) R_M(\tau - j) \Delta t \quad (15)$$

相关函数的计算

$$R_{yM}(\tau) = \frac{1}{N_p} \sum_{i=0}^{N_p-1} M(i - \tau) y(i) \quad (16)$$

- 4.1 连续时域相关分析法
- 4.2 利用M序列作输入...
- 2. 用M序列作输入信号...
- 3. 递推算法
- 4. 用M序列作输入信号...

Home Page

Title Page

◀ ▶

◀ ▶

Page 12 of 26

Go Back

Full Screen

Close

Quit



式(13)代入式(15), 即得

$$R_{yM}(\tau) = \frac{(N_p + 1)a^2\Delta t}{N_p}\hat{g}(\tau) - \frac{a^2\Delta t}{N_p}\sum_{j=0}^{N_p-1}\hat{g}(j) \quad (17)$$

令

$$C = \frac{a^2\Delta t}{N_p}\sum_{j=0}^{N_p-1}\hat{g}(j) \quad (18)$$

对一个稳定的系统来讲, C 是有界常数, 而且很小(N_p 充分大)。则

$$\hat{g}(\tau) = \frac{N_p}{(N_p + 1)a^2\Delta t}[R_{yM}(\tau) + C] \quad (19)$$

为了提高辨识脉冲响应的精度, 互相关函数 $R_{yM}(\tau)$ 可采用多周期数据计算, 即

$$R_{yM}(\tau) = \frac{1}{rN_p}\sum_{i=0}^{rN_p-1}M(i - \tau)y(i) \quad (20)$$

- 4.1 连续时域相关分析法
- 4.2 利用M序列作输入...
- 2. 用M序列作输入信号...
- 3. 递推算法
- 4. 用M序列作输入信号...

Home Page

Title Page

◀ ▶

◀ ▶

Page 13 of 26

Go Back

Full Screen

Close

Quit



- 4.1 连续时域相关分析法
- 4.2 利用M序列作输入...
- 2. 用M序列作输入信号...
- 3. 递推算法
- 4. 用M序列作输入信号...

2. 用M序列作输入信号的一次完成算法

令 $k = 0, 1, 2, \dots, N_p - 1$, 根据式(15)得到 N_p 个线性联立方程

$$\begin{cases} R_M(0)\hat{g}(0) + R_M(-1)\hat{g}(1) + \dots + R_M(-N_p + 1)\hat{g}(N_p - 1) = R_{yM}(0)/\Delta t \\ R_M(1)\hat{g}(0) + R_M(0)\hat{g}(1) + \dots + R_M(-N_p + 2)\hat{g}(N_p - 1) = R_{yM}(1)/\Delta t \\ \dots\dots\dots \\ R_M(N_p - 1)\hat{g}(0) + R_M(N_p - 2)\hat{g}(1) + \dots + R_M(0)\hat{g}(N_p - 1) = R_{yM}(N_p - 1)/\Delta t \end{cases} \quad (21)$$

上式写为矩阵形式

$$\mathbf{R}_M \hat{\mathbf{G}} = \mathbf{R}_{yM} / \Delta t \quad (22)$$

[Home Page](#)[Title Page](#)[◀](#) [▶](#)[◀](#) [▶](#)[Page 14 of 26](#)[Go Back](#)[Full Screen](#)[Close](#)[Quit](#)



- 4.1 连续时域相关分析法
- 4.2 利用M序列作输入...
- 2. 用M序列作输入信号...
- 3. 递推算法
- 4. 用M序列作输入信号...

Home Page

Title Page

◀◀ ▶▶

◀ ▶

Page 15 of 26

Go Back

Full Screen

Close

Quit

其中

$$\mathbf{R}_M = \begin{bmatrix} R_M(0) & R_M(-1) & \cdots & R_M(-N_p + 1) \\ R_M(1) & R_M(0) & \cdots & R_M(-N_p + 2) \\ & \cdots & \ddots & \\ R_M(N_p - 1) & R_M(N_p - 2) & \cdots & R_M(0) \end{bmatrix}$$

$$= -\frac{a^2}{N_p} \begin{bmatrix} -N_p & 1 & \cdots & 1 \\ 1 & -N_p & \cdots & 1 \\ & \cdots & \ddots & \\ 1 & 1 & \cdots & -N_p \end{bmatrix}$$

由式(22)解得

$$\hat{\mathbf{G}} = \mathbf{R}_M^{-1} \mathbf{R}_{yM} / \Delta t \quad (23)$$



- 4.1 连续时域相关分析法
- 4.2 利用M序列作输入...
- 2. 用M序列作输入信号...
- 3. 递推算法
- 4. 用M序列作输入信号...

Home Page

Title Page

◀ ▶

◀ ▶

Page 16 of 26

Go Back

Full Screen

Close

Quit

由于

$$= \begin{bmatrix} -N_p & 1 & \cdots & 1 \\ 1 & -N_p & \cdots & 1 \\ & & \cdots & \ddots \\ 1 & 1 & \cdots & -N_p \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 1 & \cdots & 1 \\ 1 & 2 & \cdots & 1 \\ & & \cdots & \ddots \\ 1 & 1 & \cdots & 2 \end{bmatrix} \\ = \begin{bmatrix} -(N_p + 1) & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & -(N_p + 1) & \cdots & 0 \\ & & \cdots & \ddots \\ 0 & 0 & \cdots & -(N_p + 1) \end{bmatrix} = -(N_p + 1)\mathbf{I}$$

得到

$$\mathbf{R}_M^{-1} = \frac{N_p}{(N_p + 1)a^2} \begin{bmatrix} 2 & 1 & \cdots & 1 \\ 1 & 2 & \cdots & 1 \\ & & \cdots & \ddots \\ 1 & 1 & \cdots & 2 \end{bmatrix} \quad (24)$$

而由式(16)，互相关函数可以写成

$$\mathbf{R}_{yM} = \frac{1}{N_p} \mathbf{M} \cdot \mathbf{Y} \quad (25)$$



将式(24)和式(25)代入式(23)，最终解得

$$\hat{\mathbf{G}} = \frac{N_p}{(N_p + 1)a^2\Delta t} \begin{bmatrix} 2 & 1 & \cdots & 1 \\ 1 & 2 & \cdots & 1 \\ & \cdots & \ddots & \\ 1 & 1 & \cdots & 2 \end{bmatrix} \mathbf{M} \cdot \mathbf{Y} \quad (26)$$

其中

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{G}} &= [\hat{g}(0) \quad \hat{g}(1) \quad \cdots \quad \hat{g}(N_p - 1)]^T \\ \mathbf{R}_{yM} &= [R_{yM}(0) \quad R_{yM}(1) \quad \cdots \quad R_{yM}(N_p - 1)]^T \\ \mathbf{Y} &= [y(0) \quad y(1) \quad \cdots \quad y(N_p - 1)]^T \\ \mathbf{M} &= \begin{bmatrix} M(0) & M(1) & \cdots & M(N_p - 1) \\ M(-1) & M(0) & \cdots & M(N_p - 2) \\ & \cdots & \ddots & \\ M(-N_p + 1) & M(-N_p + 2) & \cdots & M(0) \end{bmatrix} \end{aligned}$$

- 4.1 连续时域相关分析法
- 4.2 利用M序列作输入...
- 2. 用M序列作输入信号...
- 3. 递推算法
- 4. 用M序列作输入信号...

[Home Page](#)

[Title Page](#)

[◀◀](#) [▶▶](#)

[◀](#) [▶](#)

Page 17 of 26

[Go Back](#)

[Full Screen](#)

[Close](#)

[Quit](#)



- 4.1 连续时域相关分析法
- 4.2 利用M序列作输入...
- 2. 用M序列作输入信号...
- 3. 递推算法
- 4. 用M序列作输入信号...

3. 递推算法

由式(25)，第*i*时刻的自相关函数的估计值 $R_{yM}^{(i)}(\tau)$ 为

$$R_{yM}^{(i)}(\tau) = \frac{1}{i+1} \sum_{j=0}^i M(j-\tau)y(j) \quad (27)$$

为了在线辨识系统的脉冲响应，将上式写成递推的形式

$$R_{yM}^{(i)}(\tau) = \frac{i}{i+1} R_{yM}^{(i-1)}(\tau) + \frac{1}{i+1} M(i-\tau)y(i) \quad (28)$$

其中 $R_{yM}^{(i-1)}(\tau)$ 为第*i* - 1时刻的自相关函数。

[Home Page](#)[Title Page](#)[◀◀](#) [▶▶](#)[◀](#) [▶](#)[Page 18 of 26](#)[Go Back](#)[Full Screen](#)[Close](#)[Quit](#)



- 4.1 连续时域相关分析法
- 4.2 利用M序列作输入...
- 2. 用M序列作输入信号...
- 3. 递推算法
- 4. 用M序列作输入信号...

根据式(23)和式(28)，第*i*时刻的脉冲响应估计值为

$$\hat{\mathbf{G}}^{(i)} = \mathbf{R}_M^{-1} \mathbf{R}_{yM}^{(i)} / \Delta t = \frac{i}{i+1} \mathbf{R}_M^{-1} \mathbf{R}_{yM}^{(i-1)} / \Delta t + \frac{1}{i+1} \mathbf{R}_M^{-1} \mathbf{M}(i) y(i) / \Delta t$$

即得到递推形式为

$$\hat{\mathbf{G}}^{(i)} = \frac{i}{i+1} \hat{\mathbf{G}}^{(i-1)} + \frac{1}{(i+1)\Delta t} \mathbf{R}_M^{-1} \mathbf{M}(i) y(i) \quad (29)$$

其中 $\mathbf{M}(i) = [M(i) \ M(i-1) \ \cdots \ M(i-N_p+1)]^T$ ， $\hat{\mathbf{G}}^{(i-1)}$ 为采样至第*i* - 1时刻的脉冲响应估计值。

Home Page

Title Page

◀ ▶

◀ ▶

Page 19 of 26

Go Back

Full Screen

Close

Quit



4.1 连续时域相关分析法
4.2 利用M序列作输入...
2. 用M序列作输入信号...
3. 递推算法
4. 用M序列作输入信号...

4. 用M序列作输入信号辨识脉冲响应的步骤

(1) 估计系统的过渡过程时间 T_s 和系统的最高工作频率(或截止频率 f_{max}), 以 T_s 和 f_{max} 作为选择M序列参数的依据。

(2) 数据必须尽可能多地包含系统的动态特性信息。这和输入信号的选择有很大关系。因此, 实验之前要精心地选择M序列的参数。当系统的频率特性接近低通滤波特性时, M序列的参数 Δt 应满足下述条件

$$\frac{1}{3\Delta t} \geq f_{max} \quad (30)$$

选定 Δt 之后, 再由 $(N_p - 1)\Delta t > T_s$ 确定 N_p 的值, 一般地取

$$N_p = (1.2 \sim 1.5) \frac{T_s}{\Delta t} \quad (31)$$

式(30)表明, M序列的频带必须覆盖系统的频带, 这样才能充分激励系统的所有模态。式(31)表明, M序列的循环周期必须大于系统的过渡过程时间, 以保证时间大于 $N_p\Delta t$ 后, 脉冲响应衰减接近于零。

Home Page

Title Page



Page 20 of 26

Go Back

Full Screen

Close

Quit



(3) M序列的幅度 a 不能选择过大，以免系统进入非线性区或影响生产；但也不能过小，以保证一定的信噪比。

(4) 采集数据时要注意，当系统刚加上M序列时，由于非零初始条件的作用，系统的输出在一段时间内是非平稳的。为了保证辨识精度，要避开这段非平稳过程，一般可从第二个循环周期开始采集数据。

(5) 数据要扣除直流分量，条件具备时还要进行滤波处理。

(6) 利用式(20)计算互相关函数 $R_{yM}(\tau)$ 。

(7) 取补偿量 $C = -R_{yM}(N_p - 1)$ 。

(8) 利用式(19)计算脉冲响应估计值 $\hat{g}(k)$ 。

(9) 采用逆M序列或M3序列作为辨识的输入信号，辨识的步骤是一样的，相应的计算公式可仿照推导。

- 4.1 连续时域相关分析法
- 4.2 利用M序列作输入...
- 2. 用M序列作输入信号...
- 3. 递推算法
- 4. 用M序列作输入信号...

[Home Page](#)

[Title Page](#)

[◀◀](#) [▶▶](#)

[◀](#) [▶](#)

Page 21 of 26

[Go Back](#)

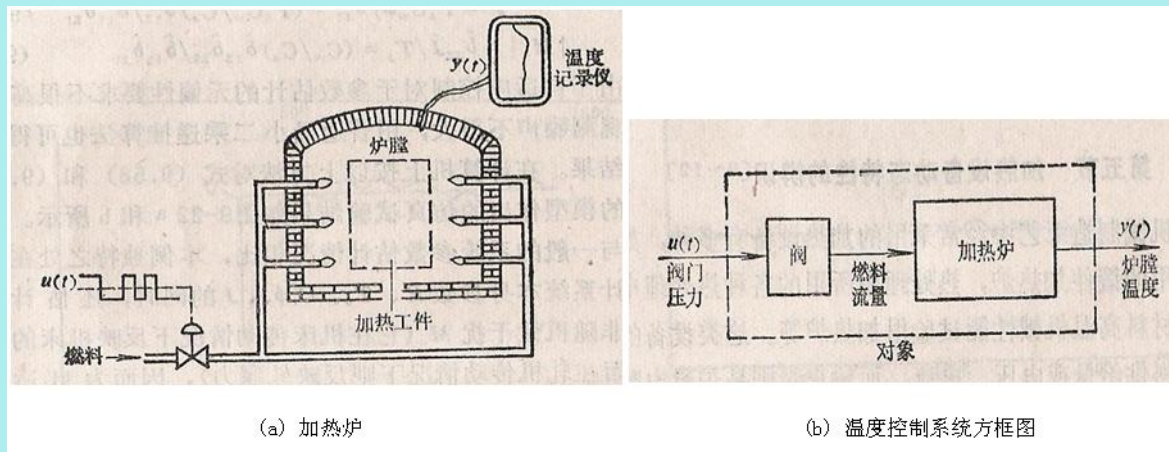
[Full Screen](#)

[Close](#)

[Quit](#)



例4.1 如图4.2所示的采用气体燃料的常压加热炉，炉膛温度受所加燃料量的影响。由于气体燃料流量受阀门压力的控制，取阀门压力作为炉温控制系统的输入控制变量。现在要测定燃料量与炉温之间的动态关系。



实验时，在热稳定工况(832°C)的基础上，在阀门压力稳定值上再附加一人工扰动，即幅度为 $\pm 0.03\text{kg}/\text{cm}^2$ 的M序列压力信号。加热炉的热惯性较大，过渡过程时间 T_s 不大于50分钟，故可取M序列的周期 $T_p = 60\text{min}$ 。若取序列长度 $N_p = 15$ ，则基本电平时间 $\Delta t = T_p/N_p = 4\text{min}$ 。这样即使通过手动方式改变阀门压力来实现所要求的人工扰动也是可能的。当阀门压力波动幅度为 $\pm 0.03\text{kg}/\text{cm}^2$ 时，炉膛温度有明显的输出响应，且波动范围不超过 3°C ，因而控制对象不会进入非线性区。图4.3为M序列施加1小时后测得的3个周期的记录曲线。3个周期的温度曲线 $y(t)$ 不完全重复，这是由于记录仪表误差以及工况本身也有随机性波动等原因造成的。

- 4.1 连续时域相关分析法
- 4.2 利用M序列作输入...
- 2. 用M序列作输入信号...
- 3. 递推算法
- 4. 用M序列作输入信号...

[Home Page](#)

[Title Page](#)

[«](#) [»](#)

[◀](#) [▶](#)

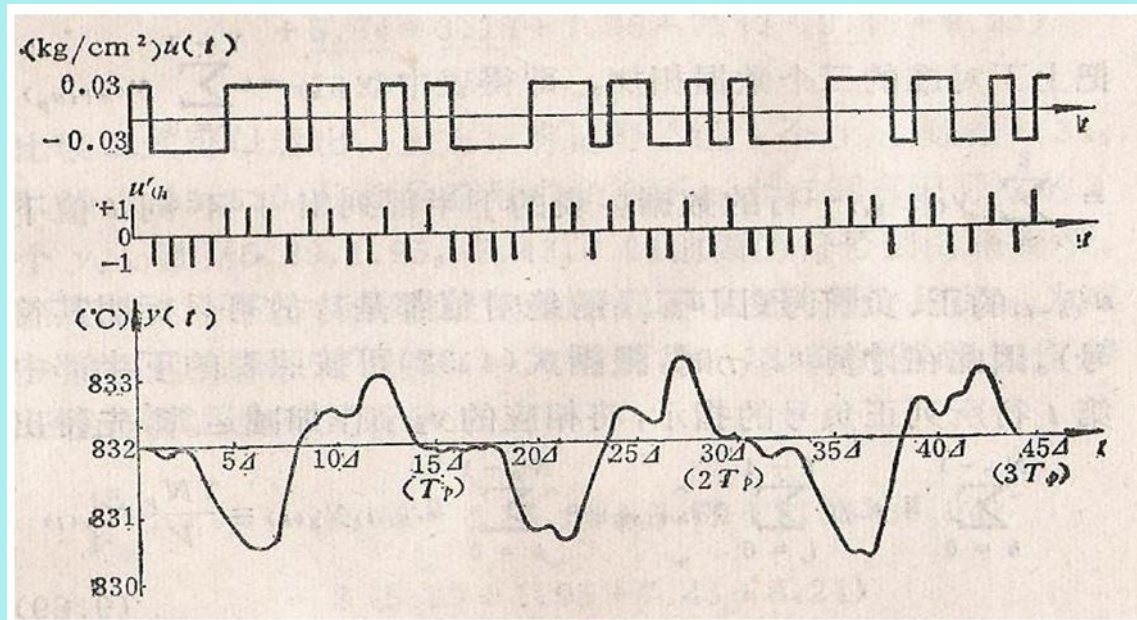
Page 22 of 26

[Go Back](#)

[Full Screen](#)

[Close](#)

[Quit](#)



为了获得温度响应的平稳过程，要在压力扰动加入1个循环周期后开始记录数据，如表4.1所示。(扣除了恒定值 830°C)。

- 4.1 连续时域相关分析法
- 4.2 利用M序列作输入...
- 2. 用M序列作输入信号...
- 3. 递推算法
- 4. 用M序列作输入信号...

[Home Page](#)

[Title Page](#)

[◀](#) [▶](#)

[◀](#) [▶](#)

Page 23 of 26

[Go Back](#)

[Full Screen](#)

[Close](#)

[Quit](#)



表4.1 相关分析法辨识加热炉动态特性的数据处理表

k	0	1	2	3	4	5	6	7
$y(k)$	2.06	1.85	1.84	1.79	1.08	0.68	0.44	0.80
$y(k + N_p)$	1.82	1.82	2.03	2.03	1.03	0.68	0.52	0.86
$y(k + 2N_p)$	2.01	1.67	1.70	1.82	1.04	0.59	0.38	0.81
$R_{yM}(k)$	-0.0093	-0.0087	0.0064	0.0109	0.0076	0.0026	-0.0016	-0.0019
$\hat{g}(k)$	-0.13	0.03	3.96	5.13	4.27	2.97	1.87	1.80
$y'(k)$	0	0.03	3.99	9.12	13.39	16.36	18.23	20.03
k	8	9	10	11	12	13	14	
$y(k)$	1.91	2.38	2.47	2.51	3.05	2.69	1.94	
$y(k + N_p)$	1.78	2.50	2.50	2.32	3.28	2.82	2.04	
$y(k + 2N_p)$	1.91	2.55	2.28	2.56	3.13	2.70	2.06	
$R_{yM}(k)$	-0.0039	-0.0077	-0.0094	-0.0085	-0.0071	-0.0100	-0.0088	
$\hat{g}(k)$	1.28	0.29	-0.16	0.08	0.44	-0.31	0.0	
$y'(k)$	21.31	21.60	21.46	21.54	21.98	21.67	21.67	

- 4.1 连续时域相关分析法
- 4.2 利用M序列作输入...
- 2. 用M序列作输入信号...
- 3. 递推算法
- 4. 用M序列作输入信号...

Home Page

Title Page



Page 24 of 26

Go Back

Full Screen

Close

Quit



利用表4.1计算互相关函数 $R_{yM}(k)$ 。并计算脉冲响应估计值为

$$\hat{g}(k) = \frac{15}{4 \times 0.03^2 \times 16} [R_{yM}(k) + C] \quad (32)$$

其中取 $C = -R_{yM}(14) = 0.0088$ 。计算结果如表4.1所示。求互相关函数时，使用比较充足的数据，可提高辨识的精度。

由下式计算单位阶跃响应的离散值

$$y'(k) = \sum_{l=0}^k g(l) \quad k = 0, 1, \dots, N_p - 1 \quad (33)$$

由脉冲响应估计值 $\hat{g}(k)$ 和单位阶跃响应估计值 $y'(k)$ 画出 $g(t)$ 和 $y'(t)$ 的曲线，注意本例的时间量纲取为分钟。由图看出，此系统具有纯时延 $\tau_0 = 3.3min$ ，整个 $y'(t)$ 曲线形状接近于过阻尼二阶系统的阶跃响应，其传递函数的形式为

$$G(s) = \frac{K}{1 + a_1 s + a_2 s^2} e^{-\tau_0 s} \quad (34)$$

式中各系数均可由单位阶跃响应曲线 $y'(t)$ 求得。

- 4.1 连续时域相关分析法
- 4.2 利用M序列作输入...
- 2. 用M序列作输入信号...
- 3. 递推算法
- 4. 用M序列作输入信号...

Home Page

Title Page

◀ ▶

◀ ▶

Page 25 of 26

Go Back

Full Screen

Close

Quit



- 4.1 连续时域相关分析法
- 4.2 利用M序列作输入...
- 2. 用M序列作输入信号...
- 3. 递推算法
- 4. 用M序列作输入信号...

$$K = y'(\infty) = 21.67(^{\circ}C \cdot cm^2/kg)$$

由面积法求得

$$a_1 = 12.6, \quad a_2 = 41.1$$

于是，系统的传递函数为

$$G(s) = \frac{21.67}{1 + 12.6s + 41.1s^2} e^{-3.3s} \quad (35)$$

Home Page

Title Page



Page 26 of 26

Go Back

Full Screen

Close

Quit