



# 第1章 绪论

作者：李鹏波、胡德文

单位：国防科技大学机电工程与自动化学院

Email: [gaoxia73@163.com](mailto:gaoxia73@163.com)

中国水利水电出版社版权所有



辨识的基本概念  
系统辨识的研究目的  
数学模型的分类  
几种常见的数学模型的 ...  
辨识的步骤

[Home Page](#)

[Title Page](#)



Page 1 of 24

[Go Back](#)

[Full Screen](#)

[Close](#)

[Quit](#)



辨识的基本概念

系统辨识的研究目的

数学模型的分类

几种常见的数学模型的 ...

辨识的步骤

Home Page

Title Page

« »

◀ ▶

Page 2 of 24

Go Back

Full Screen

Close

Quit

系统辨识、状态估计和控制理论是现代控制论中相互渗透的3个领域。辨识和状态估计离不开控制理论的支持，控制理论的应用又几乎不能没有系统辨识和状态估计技术。随着控制对象复杂性的提高，控制理论的应用日益广泛，但它的实际应用不能脱离被控对象的数学模型。有些控制系统等飞行器等飞行器的数学模型，一般可根据力学原理较准确地推导出来，但其模型的参数随着飞行过程是变化的。为了实现自适应控制，在飞行器的飞行过程中，要不断地估计其模型参数。对化学生产过程、生物规律、药物的反应或社会经济等问题进行定量分析时，也需要建立相应的数学模型。所谓系统辨识，就是研究如何确定系统的数学模型及其参数，它的理论正日趋成熟，其实际应用已遍及许多领域。

本章主要介绍辨识的一些基本概念，包括建模的方法、辨识的定义、模型的表达式、辨识的内容和步骤等。



辨识的基本概念  
系统辨识的研究目的  
数学模型的分类  
几种常见的数学模型的 ...  
辨识的步骤

# 第1章 绪论

- 1.1 辨识的基本概念
- 1.2 系统辨识的研究目的
- 1.3 数学模型的分类
- 1.4 几种常见的数学模型的数学表示
- 1.5 辨识的步骤

Home Page

Title Page

◀ ▶

◀ ▶

Page 3 of 24

Go Back

Full Screen

Close

Quit



辨识的基本概念  
系统辨识的研究目的  
数学模型的分类  
几种常见的数学模型的 ...  
辨识的步骤

[Home Page](#)

[Title Page](#)

[◀◀](#) [▶▶](#)

[◀](#) [▶](#)

Page 4 of 24

[Go Back](#)

[Full Screen](#)

[Close](#)

[Quit](#)

# 1 辨识的基本概念

- **模型的含义和表现形式**

所谓模型(model)，就是把关于实际系统的本质的部分信息简缩成有用的描述形式。

- ★ **直觉模型** 它是指系统的特性以非解析的形式直接储存在人脑中，靠人的直觉控制系统的变化。如司机靠直觉模型驾驶车辆，指挥员靠直觉模型指挥战斗等。



辨识的基本概念  
系统辨识的研究目的  
数学模型的分类  
几种常见的数学模型的 ...  
辨识的步骤

Home Page

Title Page

◀ ▶

◀ ▶

Page 4 of 24

Go Back

Full Screen

Close

Quit

# 1 辨识的基本概念

## ● 模型的含义和表现形式

所谓模型(model)，就是把关于实际系统的本质的部分信息简缩成有用的描述形式。

- ★ **直觉模型** 它是指系统的特性以非解析的形式直接储存在人脑中，靠人的直觉控制系统的变化。如司机靠直觉模型驾驶车辆，指挥员靠直觉模型指挥战斗等。
- ★ **物理模型** 它是根据相似原理把实际系统加以缩小的复制品，或者是实际系统的一种物理模拟。如沙盘、风洞、水力学模型、传热学模型、飞行转台、微波暗室，以及电力系统动态模拟等均是物理模型。



# 1 辨识的基本概念

## ● 模型的含义和表现形式

所谓模型(model), 就是把关于实际系统的本质的部分信息简缩成有用的描述形式。

- ★ **直觉模型** 它是指系统的特性以非解析的形式直接储存在人脑中, 靠人的直觉控制系统的变化。如司机靠直觉模型驾驶车辆, 指挥员靠直觉模型指挥战斗等。
- ★ **物理模型** 它是根据相似原理把实际系统加以缩小的复制品, 或者是实际系统的一种物理模拟。如沙盘、风洞、水力学模型、传热学模型、飞行转台、微波暗室, 以及电力系统动态模拟等均是物理模型。
- ★ **图表模型** 它是图形或表格形式来表现系统的特性。如阶跃响应、脉冲响应和频率响应等, 也称为非参数模型。

Home Page

Title Page

◀ ▶

◀ ▶

Page 4 of 24

Go Back

Full Screen

Close

Quit



# 1 辨识的基本概念

## ● 模型的含义和表现形式

所谓模型(model), 就是把关于实际系统的本质的部分信息简缩成有用的描述形式。

- ★ **直觉模型** 它是指系统的特性以非解析的形式直接储存在人脑中, 靠人的直觉控制系统的变化。如司机靠直觉模型驾驶车辆, 指挥员靠直觉模型指挥战斗等。
- ★ **物理模型** 它是根据相似原理把实际系统加以缩小的复制品, 或者是实际系统的一种物理模拟。如沙盘、风洞、水力学模型、传热学模型、飞行转台、微波暗室, 以及电力系统动态模拟等均是物理模型。
- ★ **图表模型** 它是图形或表格形式来表现系统的特性。如阶跃响应、脉冲响应和频率响应等, 也称为非参数模型。
- ★ **数学模型** 它用数学结构的形式来反映实际系统的行为特性。常用的有代数方程、微分方程、差分方程、状态方程, 以及分布式参数方程等, 又称为参数模型。

Home Page

Title Page

◀ ▶

◀ ▶

Page 4 of 24

Go Back

Full Screen

Close

Quit



辨识的基本概念

系统辨识的研究目的

数学模型的分类

几种常见的数学模型的...

辨识的步骤

[Home Page](#)

[Title Page](#)



Page 5 of 24

[Go Back](#)

[Full Screen](#)

[Close](#)

[Quit](#)

## ● 建立数学模型的基本方法

- ★ **机理分析法** 机理分析法即理论建模方法，它主要是通过分析系统的运动规律，运用一些已知的定律、定理和原理，如力学原理、能量守恒定理、传热学原理、化学动力学原理、生物学定律等，利用数学方法进行推导，建立系统的数学模型。机理分析法只能用于较简单系统的建模，并且对系统的机理要有较清楚的了解。





辨识的基本概念

系统辨识的研究目的

数学模型的分类

几种常见的数学模型的...

辨识的步骤

Home Page

Title Page

◀ ▶

◀ ▶

Page 5 of 24

Go Back

Full Screen

Close

Quit

## ● 建立数学模型的基本方法

- ★ **机理分析法** 机理分析法即理论建模方法，它主要是通过分析系统的运动规律，运用一些已知的定律、定理和原理，如力学原理、能量守恒定理、传热学原理、化学动力学原理、生物学定律等，利用数学方法进行推导，建立系统的数学模型。机理分析法只能用于较简单系统的建模，并且对系统的机理要有较清楚的了解。
- ★ **测试法** 系统的输入输出信号一般总是可以测量的。由于系统的动态特性必然表现于这些输入输出数据中，故可以利用输入输出数据所提供的信息来建立系统的数学模型。所谓系统辨识，就是测试建模方法，即通过对未知系统的实验或运行数据(输入输出数据)，来建立一个与所测系统等价的数学模型。



辨识的基本概念

系统辨识的研究目的

数学模型的分类

几种常见的数学模型的 ...

辨识的步骤

## ● 建立数学模型的基本原则

- ★ **建模的目的要明确**，因为不同的建模目的可能采用不同的建模方法。
- ★ **模型的物理概念要明确**。
- ★ **系统具有可辨识性**，即模型结构合理，输入信号持续激励，数据量充足。
- ★ **符合节省原理**，即被辨识模型参数的个数要尽量少。

Home Page

Title Page

◀ ▶

◀ ▶

Page 6 of 24

Go Back

Full Screen

Close

Quit



辨识的基本概念

系统辨识的研究目的

数学模型的分类

几种常见的数学模型的...

辨识的步骤

- **系统辨识的定义** 从以下不同时期中学者对辨识的定义，我们可看出系统辨识技术的发展过程。

★ Zadeh(1962)曾给辨识作如下定义：“辨识就是在输入和输出数据的基础上，从一组给定的模型中，确定一个与所测系统等价的模型。”这个定义明确了辨识的三大要素，即输入输出数据、模型类和等价原则。

Home Page

Title Page

◀▶

◀▶

Page 7 of 24

Go Back

Full Screen

Close

Quit



辨识的基本概念

系统辨识的研究目的

数学模型的分类

几种常见的数学模型的...

辨识的步骤

- **系统辨识的定义** 从以下不同时期中学者对辨识的定义，我们可看出系统辨识技术的发展过程。

- ★ Zadeh(1962)曾给辨识作如下定义：“辨识就是在输入和输出数据的基础上，从一组给定的模型中，确定一个与所测系统等价的模型。”这个定义明确了辨识的三大要素，即输入输出数据、模型类和等价原则。
- ★ P. Eykhoff(1974)定义：“辨识问题可以归结为用一个模型来表示客观系统(或将要构造的系统)本质特征的一种演算，并用这个模型把对客观系统的理解表示成有用的形式。”

[Home Page](#)

[Title Page](#)

[«](#) [»](#)

[◀](#) [▶](#)

Page 7 of 24

[Go Back](#)

[Full Screen](#)

[Close](#)

[Quit](#)



辨识的基本概念  
系统辨识的研究目的  
数学模型的分类  
几种常见的数学模型的 ...  
辨识的步骤

- **系统辨识的定义** 从以下不同时期中学者对辨识的定义，我们可看出系统辨识技术的发展过程。

- ★ Zadeh(1962)曾给辨识作如下定义：“辨识就是在输入和输出数据的基础上，从一组给定的模型中，确定一个与所测系统等价的模型。”这个定义明确了辨识的三大要素，即输入输出数据、模型类和等价原则。
- ★ P. Eykhoff(1974)定义：“辨识问题可以归结为用一个模型来表示客观系统(或将要构造的系统)本质特征的一种演算，并用这个模型把对客观系统的理解表示成有用的形式。”
- ★ L.Ljung(1978)所作的定义则更加实用：“辨识有三个要素，即数据、模型类和准则。辨识就是按照一个准则在一组模型类中选择一个与数据拟合得最好的模型。”

[Home Page](#)

[Title Page](#)

[«](#) [»](#)

[◀](#) [▶](#)

Page 7 of 24

[Go Back](#)

[Full Screen](#)

[Close](#)

[Quit](#)



辨识的基本概念  
系统辨识的研究目的  
数学模型的分类  
几种常见的数学模型的 ...  
辨识的步骤

## 2 系统辨识的研究目的

为什么要建立被研究对象的数学模型？明确了建模的目的，对模型的要求、建立怎样形式的模型以及建立模型的方法等都会起着决定性的作用。模型化是进行系统分析、仿真、设计、预测、控制和决策的前提和基础。

- ★ 系统仿真
- ★ 系统预测
- ★ 系统设计和控制
- ★ 系统分析
- ★ 故障诊断
- ★ 验证机理模型

[Home Page](#)

[Title Page](#)



Page 8 of 24

[Go Back](#)

[Full Screen](#)

[Close](#)

[Quit](#)



辨识的基本概念  
系统辨识的研究目的  
数学模型的分类  
几种常见的数学模型的 ...  
辨识的步骤

### 3 数学模型的分类

数学模型的分类方法很多，常见的是按连续与离散、线性与非线性、定常与时变、集中参数与分布参数来分类，还可按动态与静态、确定性与随机性、离线或在线等进行区分。

- ★ 按提供的实验信息分：黑箱、灰箱、白箱
- ★ 从概率角度分：确定性的、随机性的
- ★ 按模型与时间的关系分：静态的、动态的
- ★ 按时间刻度分：连续的、离散的
- ★ 按参数与时间的关系分：定常的、时变的
- ★ 按参数与输入输出关系分：线性的、非线性的
- ★ 按模型的表达形式分：参数的、非参数的
- ★ 按参数性质分：分布参数的、集中参数的
- ★ 按输入输出的个数分：单输入单输出(SI/SO)、多输入多输出(MI/MO)
- ★ 按模型的使用形式分：离线的、在线的、实时的、成批的(GDPM)

Home Page

Title Page

◀ ▶

◀ ▶

Page 9 of 24

Go Back

Full Screen

Close

Quit

## 4 几种常见的数学模型的数学表示

系统的数学模型可根据需要用不同的方式来描述，主要区分为**连续系统**和**离散系统**。根据研究方法的不同，还可区分为**输入输出模型**和**状态空间模型**。输入输出模型只刻画系统的外在特性而不深入到其内部，是一种广泛应用的描述方式。状态空间模型则深入到系统的内部情况，因此它包含更多的信息，建模过程也要复杂些。



辨识的基本概念  
系统辨识的研究目的  
数学模型的分类  
几种常见的数学模型的 ...  
辨识的步骤

Home Page

Title Page



Page 10 of 24

Go Back

Full Screen

Close

Quit





辨识的基本概念  
系统辨识的研究目的  
数学模型的分类  
几种常见的数学模型的 ...  
辨识的步骤

[Home Page](#)

[Title Page](#)

[◀◀](#) [▶▶](#)

[◀](#) [▶](#)

Page 10 of 24

[Go Back](#)

[Full Screen](#)

[Close](#)

[Quit](#)

## 4 几种常见的数学模型的数学表示

系统的数学模型可根据需要用不同的方式来描述，主要区分为**连续系统**和**离散系统**。根据研究方法的不同，还可区分为**输入输出模型**和**状态空间模型**。输入输出模型只刻画系统的外在特性而不深入到其内部，是一种广泛应用的描述方式。状态空间模型则深入到系统的内部情况，因此它包含更多的信息，建模过程也要复杂些。

### ★ 4.1 脉冲响应函数

SI/SO系统的离散脉冲响应函数是指当初始条件为零时，线性系统对于单位脉冲序列产生的输出响应。记为 $\{g(k)\}$ ,  $k = 0, 1, 2, \dots$ 。则在任意输入 $u(k)$ 的作用下，系统的输出表示为

$$y(k) = \sum_{i=-\infty}^k g(k-i)u(i) \quad (1)$$



辨识的基本概念  
系统辨识的研究目的  
数学模型的分类  
几种常见的数学模型的 ...  
辨识的步骤

## 4 几种常见的数学模型的数学表示

系统的数学模型可根据需要用不同的方式来描述，主要区分为**连续系统**和**离散系统**。根据研究方法的不同，还可区分为**输入输出模型**和**状态空间模型**。输入输出模型只刻画系统的外在特性而不深入到其内部，是一种广泛应用的描述方式。状态空间模型则深入到系统的内部情况，因此它包含更多的信息，建模过程也要复杂些。

### ★ 4.1 脉冲响应函数

SI/SO系统的离散脉冲响应函数是指当初始条件为零时，线性系统对于单位脉冲序列产生的输出响应。记为 $\{g(k)\}$ ,  $k = 0, 1, 2, \dots$ 。则在任意输入 $u(k)$ 的作用下，系统的输出表示为

$$y(k) = \sum_{i=-\infty}^k g(k-i)u(i) \quad (1)$$

引入时延因子 $z$ ，即 $z^{-1}u(k) = u(k-1)$ ， $z$ 亦称为移位算子。则有

$$y(k) = \left( \sum_{i=0}^{\infty} g(i)z^{-i} \right) u(k) \quad (2)$$

Home Page

Title Page

◀ ▶

◀ ▶

Page 10 of 24

Go Back

Full Screen

Close

Quit

对于稳态系统,

$$y(k) = \left( \sum_{i=0}^{N_s} g(i) z^{-i} \right) u(k) \quad (3)$$



辨识的基本概念  
系统辨识的研究目的  
数学模型的分类  
几种常见的数学模型的 ...  
辨识的步骤

Home Page

Title Page



Page 11 of 24

Go Back

Full Screen

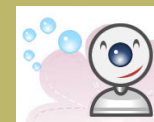
Close

Quit

对于稳态系统，

$$y(k) = \left( \sum_{i=0}^{N_s} g(i) z^{-i} \right) u(k) \quad (3)$$

上式称为滑动平均(Moving Average)模型，简称为MA模型。



辨识的基本概念  
系统辨识的研究目的  
数学模型的分类  
几种常见的数学模型的 ...  
辨识的步骤

Home Page

Title Page



Page 11 of 24

Go Back

Full Screen

Close

Quit

对于稳态系统,

$$y(k) = \left( \sum_{i=0}^{N_s} g(i) z^{-i} \right) u(k) \quad (3)$$

上式称为滑动平均(Moving Average)模型, 简称为MA模型。  
记

$$B(z^{-1}) = \sum_{i=0}^{N_s} g(i) z^{-i} \quad (4)$$



辨识的基本概念  
系统辨识的研究目的  
数学模型的分类  
几种常见的数学模型的 ...  
辨识的步骤

Home Page

Title Page

◀◀ ▶▶

◀ ▶

Page 11 of 24

Go Back

Full Screen

Close

Quit

对于稳态系统，

$$y(k) = \left( \sum_{i=0}^{N_s} g(i) z^{-i} \right) u(k) \quad (3)$$

上式称为滑动平均(Moving Average)模型，简称为MA模型。  
记

$$B(z^{-1}) = \sum_{i=0}^{N_s} g(i) z^{-i} \quad (4)$$

对于随机系统，考虑噪声项的影响，则

$$y(k) = B(z^{-1}) \cdot u(k) + e(k) \quad (5)$$

其中 $e(k)$ 为噪声项。



辨识的基本概念  
系统辨识的研究目的  
数学模型的分类  
几种常见的数学模型的 ...  
辨识的步骤

Home Page

Title Page

◀ ▶

◀ ▶

Page 11 of 24

Go Back

Full Screen

Close

Quit

对于稳态系统,

$$y(k) = \left( \sum_{i=0}^{N_s} g(i) z^{-i} \right) u(k) \quad (3)$$

上式称为滑动平均(Moving Average)模型, 简称为MA模型。  
记

$$B(z^{-1}) = \sum_{i=0}^{N_s} g(i) z^{-i} \quad (4)$$

对于随机系统, 考虑噪声项的影响, 则

$$y(k) = B(z^{-1}) \cdot u(k) + e(k) \quad (5)$$

其中 $e(k)$ 为噪声项。对于连续系统, 脉冲相应函数是指当初始条件为零时, 线性系统对于单位脉冲输入Dirac- $\delta$ 函数产生的输出响应。

$$\int_{0^-}^{0^+} \delta(t) dt = 1 \quad (6)$$



辨识的基本概念  
系统辨识的研究目的  
数学模型的分类  
几种常见的数学模型的 ...  
辨识的步骤

Home Page

Title Page

◀ ▶

◀ ▶

Page 11 of 24

Go Back

Full Screen

Close

Quit



辨识的基本概念  
系统辨识的研究目的  
数学模型的分类  
几种常见的数学模型的 ...  
辨识的步骤

Home Page

Title Page

◀ ▶

◀ ▶

Page 11 of 24

Go Back

Full Screen

Close

Quit

对于稳态系统,

$$y(k) = \left( \sum_{i=0}^{N_s} g(i) z^{-i} \right) u(k) \quad (3)$$

上式称为滑动平均(Moving Average)模型, 简称为MA模型。  
记

$$B(z^{-1}) = \sum_{i=0}^{N_s} g(i) z^{-i} \quad (4)$$

对于随机系统, 考虑噪声项的影响, 则

$$y(k) = B(z^{-1}) \cdot u(k) + e(k) \quad (5)$$

其中 $e(k)$ 为噪声项。对于连续系统, 脉冲相应函数是指当初始条件为零时, 线性系统对于单位脉冲输入Dirac- $\delta$ 函数产生的输出响应。

$$\int_{0^-}^{0^+} \delta(t) dt = 1 \quad (6)$$

则在任意输入 $u(t)$ 的作用下, 系统的输出为脉冲响应函数 $g(t)$ 和 $u(t)$ 的卷积, 即

$$y(t) = \int_{-\infty}^t g(t - \tau) u(\tau) d\tau = \int_0^{\infty} g(\tau) u(t - \tau) d\tau \quad (7)$$





辨识的基本概念  
系统辨识的研究目的  
数学模型的分类  
几种常见的数学模型的 ...  
辨识的步骤

## ★ 4.2 线性差分方程

微分方程是连续系统最基本的一种模型，对应地，差分方程与离散系统也有同样的关系。动态的离散系统输入、输出采样值序列 $u(k)$ 和 $y(k)$ 之间的关系可以表示成如下的 $n$ 阶线性差分方程

$$y(k) + a_1 y(k-1) + \dots + a_n y(k-n) = b_0 u(k) + b_1 u(k-1) + \dots + b_n u(k-n) \quad (8)$$

称为自回归滑动平均(Auto-regressive moving average)模型，简称为**ARMA模型**。

[Home Page](#)

[Title Page](#)

[◀◀](#) [▶▶](#)

[◀](#) [▶](#)

Page 12 of 24

[Go Back](#)

[Full Screen](#)

[Close](#)

[Quit](#)



辨识的基本概念  
系统辨识的研究目的  
数学模型的分类  
几种常见的数学模型的 ...  
辨识的步骤

## ★ 4.2 线性差分方程

微分方程是连续系统最基本的一种模型，对应地，差分方程与离散系统也有同样的关系。动态的离散系统输入、输出采样值序列 $u(k)$ 和 $y(k)$ 之间的关系可以表示成如下的 $n$ 阶线性差分方程

$$y(k) + a_1 y(k-1) + \dots + a_n y(k-n) = b_0 u(k) + b_1 u(k-1) + \dots + b_n u(k-n) \quad (8)$$

称为自回归滑动平均(Auto-regressive moving average)模型，简称为**ARMA模型**。

对上式进行 $z$ 变换，在零初始条件下输出变量的 $z$ 变换对输入变量 $z$ 变换之比，就是该离散系统的脉冲传递函数

$$G(z) = \frac{Z\{y(k)\}}{Z\{u(k)\}} = \frac{b_0 + b_1 z^{-1} + \dots + b_n z^{-n}}{1 + a_1 z^{-1} + \dots + a_n z^{-n}} \quad (9)$$

[Home Page](#)[Title Page](#)[◀](#) [▶](#)[◀](#) [▶](#)[Page 12 of 24](#)[Go Back](#)[Full Screen](#)[Close](#)[Quit](#)



辨识的基本概念  
系统辨识的研究目的  
数学模型的分类  
几种常见的数学模型的 ...  
辨识的步骤

Home Page

Title Page

◀ ▶

◀ ▶

Page 12 of 24

Go Back

Full Screen

Close

Quit

## ★ 4.2 线性差分方程

微分方程是连续系统最基本的一种模型，对应地，差分方程与离散系统也有同样的关系。动态的离散系统输入、输出采样值序列 $u(k)$ 和 $y(k)$ 之间的关系可以表示成如下的 $n$ 阶线性差分方程

$$y(k) + a_1 y(k-1) + \dots + a_n y(k-n) = b_0 u(k) + b_1 u(k-1) + \dots + b_n u(k-n) \quad (8)$$

称为自回归滑动平均(Auto-regressive moving average)模型，简称为**ARMA模型**。

对上式进行 $z$ 变换，在零初始条件下输出变量的 $z$ 变换对输入变量 $z$ 变换之比，就是该离散系统的脉冲传递函数

$$G(z) = \frac{Z\{y(k)\}}{Z\{u(k)\}} = \frac{b_0 + b_1 z^{-1} + \dots + b_n z^{-n}}{1 + a_1 z^{-1} + \dots + a_n z^{-n}} \quad (9)$$

记

$$\begin{cases} A(z^{-1}) = 1 + a_1 z^{-1} + \dots + a_n z^{-n} \\ B(z^{-1}) = b_0 + b_1 z^{-1} + \dots + b_n z^{-n} \end{cases}$$



辨识的基本概念  
系统辨识的研究目的  
数学模型的分类  
几种常见的数学模型的 ...  
辨识的步骤

Home Page

Title Page

◀ ▶

◀ ▶

Page 12 of 24

Go Back

Full Screen

Close

Quit

## ★ 4.2 线性差分方程

微分方程是连续系统最基本的一种模型，对应地，差分方程与离散系统也有同样的关系。动态的离散系统输入、输出采样值序列 $u(k)$ 和 $y(k)$ 之间的关系可以表示成如下的 $n$ 阶线性差分方程

$$y(k) + a_1 y(k-1) + \dots + a_n y(k-n) = b_0 u(k) + b_1 u(k-1) + \dots + b_n u(k-n) \quad (8)$$

称为自回归滑动平均(Auto-regressive moving average)模型，简称为**ARMA模型**。

对上式进行 $z$ 变换，在零初始条件下输出变量的 $z$ 变换对输入变量 $z$ 变换之比，就是该离散系统的脉冲传递函数

$$G(z) = \frac{Z\{y(k)\}}{Z\{u(k)\}} = \frac{b_0 + b_1 z^{-1} + \dots + b_n z^{-n}}{1 + a_1 z^{-1} + \dots + a_n z^{-n}} \quad (9)$$

记

$$\begin{cases} A(z^{-1}) = 1 + a_1 z^{-1} + \dots + a_n z^{-n} \\ B(z^{-1}) = b_0 + b_1 z^{-1} + \dots + b_n z^{-n} \end{cases}$$

则式(8)可写为

$$A(z^{-1})y(k) = B(z^{-1})u(k) \quad (10)$$



辨识的基本概念  
系统辨识的研究目的  
数学模型的分类  
几种常见的数学模型的 ...  
辨识的步骤

对于**随机系统**，考虑噪声的影响，则有

$$A(z^{-1})y(k) = B(z^{-1})u(k) + e(k) \quad (11)$$

其中 $e(k)$ 为噪声项，可分为以下几种情况：

[Home Page](#)

[Title Page](#)

[◀◀](#) [▶▶](#)

[◀](#) [▶](#)

Page 13 of 24

[Go Back](#)

[Full Screen](#)

[Close](#)

[Quit](#)



辨识的基本概念  
系统辨识的研究目的  
数学模型的分类  
几种常见的数学模型的...  
辨识的步骤

对于**随机系统**，考虑噪声的影响，则有

$$A(z^{-1})y(k) = B(z^{-1})u(k) + e(k) \quad (11)$$

其中 $e(k)$ 为噪声项，可分为以下几种情况：

(1) **MA模型**

$$e(k) = C(z^{-1})\varepsilon(k) \quad (12)$$

其中 $C(z^{-1}) = 1 + c_1z^{-1} + \dots + c_qz^{-q}$ ， $\varepsilon(k)$ 为白噪声。

Home Page

Title Page

◀ ▶

◀ ▶

Page 13 of 24

Go Back

Full Screen

Close

Quit



辨识的基本概念  
系统辨识的研究目的  
数学模型的分类  
几种常见的数学模型的...  
辨识的步骤

对于**随机系统**，考虑噪声的影响，则有

$$A(z^{-1})y(k) = B(z^{-1})u(k) + e(k) \quad (11)$$

其中 $e(k)$ 为噪声项，可分为以下几种情况：

(1) **MA模型**

$$e(k) = C(z^{-1})\varepsilon(k) \quad (12)$$

其中 $C(z^{-1}) = 1 + c_1z^{-1} + \dots + c_qz^{-q}$ ， $\varepsilon(k)$ 为白噪声。

(2) **AR模型**

$$D(z^{-1})e(k) = \varepsilon(k) \quad (13)$$

其中 $D(z^{-1}) = 1 + d_1z^{-1} + \dots + d_pz^{-p}$ 。

Home Page

Title Page

◀ ▶

◀ ▶

Page 13 of 24

Go Back

Full Screen

Close

Quit



辨识的基本概念  
系统辨识的研究目的  
数学模型的分类  
几种常见的数学模型的...  
辨识的步骤

对于**随机系统**，考虑噪声的影响，则有

$$A(z^{-1})y(k) = B(z^{-1})u(k) + e(k) \quad (11)$$

其中 $e(k)$ 为噪声项，可分为以下几种情况：

(1) **MA模型**

$$e(k) = C(z^{-1})\varepsilon(k) \quad (12)$$

其中 $C(z^{-1}) = 1 + c_1z^{-1} + \dots + c_qz^{-q}$ ， $\varepsilon(k)$ 为白噪声。

(2) **AR模型**

$$D(z^{-1})e(k) = \varepsilon(k) \quad (13)$$

其中 $D(z^{-1}) = 1 + d_1z^{-1} + \dots + d_pz^{-p}$ 。

(3) **ARMA模型**

$$D(z^{-1})e(k) = C(z^{-1})\varepsilon(k) \quad (14)$$

Home Page

Title Page



Page 13 of 24

Go Back

Full Screen

Close

Quit





辨识的基本概念  
系统辨识的研究目的  
数学模型的分类  
几种常见的数学模型的 ...  
辨识的步骤

Home Page

Title Page

◀ ▶

◀ ▶

Page 14 of 24

Go Back

Full Screen

Close

Quit

控制系统随机差分模型主要有

$$A(z^{-1})y(k) = B(z^{-1})u(k) + C(z^{-1})\varepsilon(k) \quad (15)$$

$$A(z^{-1})y(k) = B(z^{-1})u(k) + \frac{1}{D(z^{-1})}\varepsilon(k) \quad (16)$$

$$A(z^{-1})y(k) = B(z^{-1})u(k) + \frac{C(z^{-1})}{D(z^{-1})}\varepsilon(k) \quad (17)$$

式(15)、式(16)和式(17)总称为**ARMAX模型**，也称为CARMA(带控制量的ARMA模型)。

$$y(k) = \frac{B(z^{-1})}{A(z^{-1})}u(k) + \frac{C(z^{-1})}{D(z^{-1})}\varepsilon(k) \quad (18)$$

式(18)称为**Box-Jenkins模型**。



辨识的基本概念  
系统辨识的研究目的  
数学模型的分类  
几种常见的数学模型的 ...  
辨识的步骤

### ★ 4.3 状态空间模型

线性时不变连续系统的状态空间描述为

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) \\ y(t) = Cx(t) \end{cases} \quad (19)$$

其中  $x(t) \in R^{n \times 1}$  是系统的状态变量；  $y(t), u(t)$  分别表示输出和输入量，  $A, B$  和  $C$  是具有适当维数的矩阵，分别称为系统矩阵、输入矩阵和输出矩阵。

[Home Page](#)

[Title Page](#)

[◀◀](#) [▶▶](#)

[◀](#) [▶](#)

Page 15 of 24

[Go Back](#)

[Full Screen](#)

[Close](#)

[Quit](#)



辨识的基本概念  
系统辨识的研究目的  
数学模型的分类  
几种常见的数学模型的...  
辨识的步骤

Home Page

Title Page

◀ ▶

◀ ▶

Page 15 of 24

Go Back

Full Screen

Close

Quit

## ★ 4.3 状态空间模型

线性时不变连续系统的状态空间描述为

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) \\ y(t) = Cx(t) \end{cases} \quad (19)$$

其中  $x(t) \in R^{n \times 1}$  是系统的状态变量； $y(t), u(t)$  分别表示输出和输入量， $A, B$  和  $C$  是具有适当维数的矩阵，分别称为系统矩阵、输入矩阵和输出矩阵。

系统式(19)的传递函数为

$$G(s) = C(sI - A)^{-1}B \quad (20)$$

离散系统的状态空间模型为

$$\begin{cases} x(k+1) = Ax(k) + Bu(k) \\ y(k) = Cx(k) \end{cases} \quad (21)$$

其中  $x(k) \in R^n$ ,  $y(k) \in R^p$ ,  $u(k) \in R^m$ ;  $A \in R^{n \times n}$ ,  $B \in R^{n \times m}$ ,  $C \in R^{p \times n}$ ; 系数矩阵  $A, B, C$  的参数个数分别为  $n \times n, n \times m, n \times p$ 。



式(21)对应的脉冲传递函数、单位脉冲响应和单位阶跃响应分别为

$$G(z^{-1}) = C(zI - A)^{-1}B \quad (22)$$

$$g(k) = CA^{k-1}B \quad (23)$$

$$h(k) = C \left[ \sum_{j=0}^{k-1} A^j \right] B \quad (24)$$

系统的输入输出模型可以由状态空间模型唯一地确定，但反过来则不然。系统的输入输出模型(微分方程或传递函数)可以变换成状态空间模型，但其具体表达式并不唯一，取决于状态向量的选择。一般要通过将状态方程转化为规范型，使得状态方程的维数为最小实现。这时，系统的参数个数最少，更有利于系统辨识。如果系统是可控的和可观的，只要适当选择变换矩阵，就可将状态方程转化为规范型。辨识过程中为了确定唯一的模型，应用规范型的状态空间模型。

辨识的基本概念  
系统辨识的研究目的  
数学模型的分类  
几种常见的数学模型的 ...  
辨识的步骤

Home Page

Title Page

◀ ▶

◀ ▶

Page 16 of 24

Go Back

Full Screen

Close

Quit



辨识的基本概念  
系统辨识的研究目的  
数学模型的分类  
几种常见的数学模型的 ...  
辨识的步骤

### (1) 变换矩阵

系统式(21)完全可控的充分必要条件是系统的可控阵 $T_c$ 满秩，即 $\text{rank}T_c = n$ ， $T_c$ 为

$$T_c = [B : AB : \cdots : A^{n-1}B] \quad (25)$$

系统完全可观的充分必要条件是系统的可观阵 $T_o$ 满秩，即 $\text{rank}T_o = n$ ， $T_o$ 为

$$T_o = [C : A^T C : \cdots : (A^T)^{n-1} C]^T \quad (26)$$

Home Page

Title Page

◀ ▶

◀ ▶

Page 17 of 24

Go Back

Full Screen

Close

Quit



### (1) 变换矩阵

系统式(21)完全可控的充分必要条件是系统的可控阵 $T_c$ 满秩，即 $\text{rank}T_c = n$ ， $T_c$ 为

$$T_c = [B : AB : \dots : A^{n-1}B] \quad (25)$$

系统完全可观的充分必要条件是系统的可观阵 $T_o$ 满秩，即 $\text{rank}T_o = n$ ， $T_o$ 为

$$T_o = [C : A^T C : \dots : (A^T)^{n-1} C]^T \quad (26)$$

系统的状态向量 $x$ 经过上述的变换矩阵变换之后，就可形成新的规范型状态方程。记 $\bar{x} = Tx$ 为新的状态向量，其中 $T$ 为变换矩阵，它必须是非奇异的。则新的规范型状态方程为

$$\begin{cases} \dot{\bar{x}} = \bar{A}\bar{x} + \bar{B}u \\ y = \bar{C}\bar{x} \end{cases} \quad (27)$$

$$\begin{cases} \bar{A} = TAT^{-1} \\ \bar{B} = TB \\ \bar{C} = CT^{-1} \end{cases} \quad (28)$$

变换矩阵选择不同的形式，就可形成不同的规范型。



辨识的基本概念  
系统辨识的研究目的  
数学模型的分类  
几种常见的数学模型的 ...  
辨识的步骤

Home Page

Title Page

◀ ▶

◀ ▶

Page 18 of 24

Go Back

Full Screen

Close

Quit

## (2) 可控规范I型

变换矩阵取  $T = T_c L$ ，其中  $T_c$  为上述的可控阵， $L$  阵为

$$L = \begin{bmatrix} a_{n-1} & a_{n-2} & \cdots & a_1 & 1 \\ a_{n-2} & \cdots & a_1 & 1 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ a_1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}_{n \times n} \quad (29)$$

经过这样变换后的可控规范I型状态方程的系统矩阵  $\bar{A}_{c1}$ 、输入矩阵  $\bar{B}_{c1}$  和观测矩阵  $\bar{C}_{c1}$  分别为

$$\begin{cases} \bar{A}_{c1} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & \cdots & 0 \\ & \ddots & \ddots & \\ & & \ddots & 1 \\ -a_n & -a_{n-1} & \cdots & -a_1 \end{bmatrix} \\ \bar{B}_{c1} = [0 \ 0 \ \cdots \ 1]^T = T_c L B \\ \bar{C}_{c1} = [\bar{c}_{11} \ \bar{c}_{21} \ \cdots \ \bar{c}_{n1}] = C L^{-1} T_c^{-1} \end{cases} \quad (30)$$

式中，下标  $c1$  表示可控规范I型。



### ★ 可控规范II型

### ★ 可观规范I型

变换矩阵取 $T = T_o$ ，其中 $T_o$ 为上述的可观阵，则经过变换后的可观规范I型状态方程的系统矩阵 $\bar{A}_{o1}$ 、输入矩阵 $\bar{B}_{o1}$ 和观测矩阵 $\bar{C}_{o1}$ 分别为

$$\left\{ \begin{array}{l} \bar{A}_{o1} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & \cdots & 0 \\ & \ddots & \ddots & \\ & & \ddots & 1 \\ -a_n & -a_{n-1} & \cdots & -a_1 \end{bmatrix} \\ \bar{B}_{o1} = [\bar{b}_{11} \ \bar{b}_{21} \ \cdots \ \bar{b}_{n1}]^T = T_o B \\ \bar{C}_{o1} = [1 \ 0 \ \cdots \ 0] = C T_o^{-1} \end{array} \right. \quad (31)$$

式中，下标 $o1$ 表示可观规范I型。

### ★ 可观规范II型

规范状态方程所含的参数个数远少于非规范状态方程。





辨识的基本概念  
系统辨识的研究目的  
数学模型的分类  
几种常见的数学模型的 ...  
辨识的步骤

Home Page

Title Page

◀ ▶

◀ ▶

Page 20 of 24

Go Back

Full Screen

Close

Quit

## ★ 4.4 数学模型之间的等价变换

在涉及系统的数学模型时，常常需要进行一些等价变换，以便以人们需要的方式来描述系统。不同的模型结构也对应于不同的系统辨识方法，所以，有时通过辨识得到的模型也需要进行转换。

### (1) 传递函数转换为状态方程

设系统的传递函数为

$$G(s) = \frac{b_1 s^{n-1} + \cdots + b_{n-1} s + b_n}{s^n + a_1 s^{n-1} + \cdots + a_{n-1} s + a_n} \quad (32)$$

其相应的微分方程为

$$y^{(n)} + a_1 y^{(n-1)} + \cdots + a_{n-1} \dot{y} + a_n y = b_1 u^{(n-1)} + \cdots + b_{n-1} \dot{u} + b_n u \quad (33)$$

将它转换为可控规范I型状态方程为

$$\begin{cases} \dot{\bar{x}} = \bar{A}\bar{x} + \bar{B}u \\ y = \bar{C}\bar{x} \end{cases} \quad (34)$$

式中  $\bar{A}$ ,  $\bar{B}$ ,  $\bar{C}$  为式(30)中  $\bar{A}_{c1}$ ,  $\bar{B}_{c1}$ ,  $\bar{C}_{c1}$  的形式。



辨识的基本概念  
系统辨识的研究目的  
数学模型的分类  
几种常见的数学模型的 ...  
辨识的步骤

## (2) 将状态方程离散化

设采样时间为 $T_0$ ，当采样时间很小时，可认为在一个采样周期内 $u(t)$ 保持不变，即

$$u(t) = u(kT_0), \quad kT_0 \leq t < (k+1)T_0 \quad (35)$$

离散化后的模型为

$$\begin{cases} x(k+1) = Ax(k) + Bu(k) \\ y(k) = Cx(k) \end{cases} \quad (36)$$

式中

$$\begin{cases} A = e^{\bar{A}T_0} \approx I + T_0\bar{A} \\ B = [\int e^{\bar{A}(T_0-t)} dt] \bar{B} \approx T_0\bar{B} \\ C = \bar{C} \end{cases} \quad (37)$$

采用不同的转换矩阵 $T$ 时，可得不同的状态方程，而其传递函数阵是相同的。因此，这里有一个状态方程维数最小实现的问题。

[Home Page](#)

[Title Page](#)



Page 21 of 24

[Go Back](#)

[Full Screen](#)

[Close](#)

[Quit](#)



辨识的基本概念

系统辨识的研究目的

数学模型的分类

几种常见的数学模型的...

辨识的步骤

## 5 辨识的步骤

辨识就是利用所观测到的含有噪声的输入输出数据，按照所选择的原则，从一类模型中确定一个与所测系统拟合得最好的模型。

- ★ 明确辨识目的。
- ★ 利用先验知识，初步确定模型的结构。
- ★ 试验设计。
- ★ 数据采集和预处理。
- ★ 模型结构辨识。
- ★ 模型参数辨识。
- ★ 模型检验和确认。

Home Page

Title Page

◀ ▶

◀ ▶

Page 22 of 24

Go Back

Full Screen

Close

Quit



辨识的基本概念  
系统辨识的研究目的  
数学模型的分类  
几种常见的数学模型的 ...  
辨识的步骤

- ★ **明确辨识目的。** 首先要明确模型应用的最终目的，由它决定模型的类型、精度要求以及所采用的辨识方法。
- ★ **利用先验知识，初步确定模型的结构。** 在进行系统辨识之前，要尽可能多掌握一些系统的先验知识，如系统线性或非线性、时变或非时变、比例和积分特性、时间常数、过渡过程时间、截止频率、时滞、噪声特性、工作环境条件等。
- ★ **试验设计。** 选择试验信号(幅度、频带)、采样时间、辨识时间(数据长度)、输入输出数据记录等。根据系统运行情况选择开环或闭环辨识、在线或离线辨识。
- ★ **数据采集和预处理。** 输入输出数据中常含有直流成分或低频成分，用任何辨识方法都难以消除它们对辨识精度的影响。数据中的高频成分对辨识也有不利影响。因此，对输入输出数据可进行零均值化和剔除高频成分的预处理。处理得好，能显著提高辨识精度。零均值化可采用差分法和平均法等方法，剔除高频成分可采用低通滤波器。

Home Page

Title Page

◀ ▶

◀ ▶

Page 23 of 24

Go Back

Full Screen

Close

Quit



辨识的基本概念

系统辨识的研究目的

数学模型的分类

几种常见的数学模型的 ...

辨识的步骤

- ★ **模型结构辨识。** 在假定模型结构的前提下，利用辨识方法确定模型结构参数，如阶次、纯时延等。
- ★ **模型参数辨识。** 在模型结构确定之后，选择估计方法，利用测试数据估计模型中的未知参数。
- ★ **模型检验和确认。** 从各个不同的侧面检验模型是否可靠，检验模型的标准应该是模型的实际应用效果，最后验证所确定的模型是否恰当地表示了被辨识的系统。

如果所确定的系统模型合适，则辨识过程就完成了。否则，还必须改变系统的验前模型结构，并且重新执行建模过程，直到获得一个满意的模型为止。

Home Page

Title Page



Page 24 of 24

Go Back

Full Screen

Close

Quit